

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2025/26)

Nome:

Cognome:

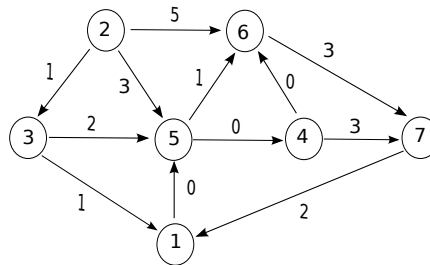
Matricola:

1) Dato il seguente problema di PL , si determini per quali valori del parametro reale ϵ la soluzione $\bar{x} = [1, 1]$ sia ottima

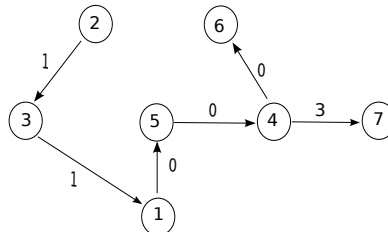
$$\begin{aligned}
 (P_\epsilon) \quad & \max \quad 3x_1 - x_2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq \epsilon \\
 & -x_1 + x_2 \leq 0 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & 3x_1 - x_2 \leq 3
 \end{aligned}$$

Si determini inoltre: **1.a)** per quali valori di ϵ la soluzione $\bar{x} = [1, 1]$ sia l'unica soluzione ottima, e **1.b)** per quali valori di ϵ la soluzione $\bar{x} = [1, 1]$ sia una soluzione di base, discutendone l'eventuale degenerazione. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il problema di individuare un albero dei cammini minimi di radice 2 sul grafo in figura. Si eseguano le prime cinque iterazioni (inclusa l'inizializzazione) dell'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si specifichi il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q .



Si consideri quindi l'albero sotto riportato: (i) si dimostri che è un albero dei cammini minimi di radice 2 per l'istanza considerata; (ii) nel caso in cui il costo dell'arco (4, 6) sia un parametro reale ϵ (anzichè valere 0, come in figura), si specifichi per quali valori di ϵ tale albero è un albero dei cammini minimi di radice 2. Giustificare tutte le risposte.



3) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando MS1T (ovvero, determinando un 1-albero di copertura di costo minimo) come rilassamento e nessuna euristica. Per eseguire il branching, si selezioni un nodo con 3 archi incidenti nell'1-albero di copertura di costo minimo determinato (a parità di tale valore, quello con indice minimo), e si generino 3 figli fissando a zero la variabile corrispondente a uno di tali archi. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi Q come una coda. Per ogni nodo dell'albero si riporti la soluzione ottenuta dal rilassamento, con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi inoltre se, e come, viene effettuato il branching, o se il nodo viene chiuso e perché. Al termine, si proponga una disuguaglianza valida per il problema dato. Giustificare le risposte.

