

# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2018/19)

Nome:

Cognome:

Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL:

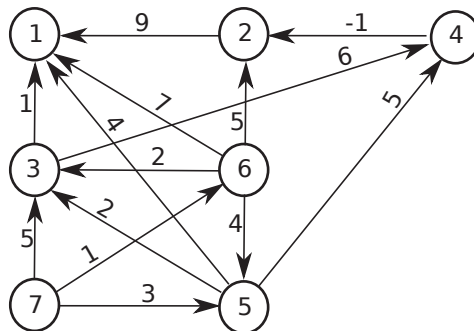
$$\begin{aligned} \min \quad & 10y_1 + y_2 - 2y_3 \\ & 2y_1 - y_2 - 3y_4 = -1 \\ & 4y_1 + y_2 - y_3 = 1 \\ & y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Si verifichi se la soluzione  $\bar{y} = [1, 3, 6, 0]$  sia ottima per il problema. Inoltre, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del duale del problema dato, ovvero del problema primale, e l'insieme di tutti i vertici ottimi del poliedro primale. Giustificare le risposte.

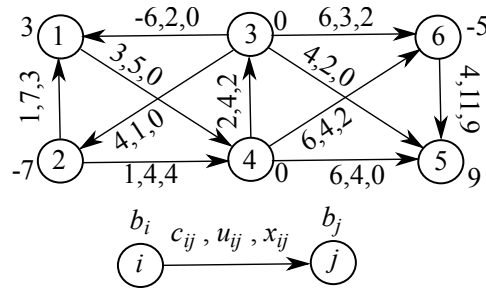
2) Si risolva il seguente problema di PL applicando l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{1, 4\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante, il vettore  $\eta_B$ , il passo di spostamento e l'indice uscente. Si discuta infine come cambierebbe l'esito di risoluzione se il termine noto del secondo vincolo valesse 4 invece di 1. Giustificare tutte le risposte.

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 2 \\ & -x_1 + x_2 \leq -2 \end{aligned}$$

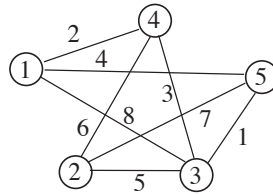
3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 7 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato, i vettori dei predecessori e delle etichette e l'insieme dei nodi candidati  $Q$  (se utilizzato). Durante l'algoritmo si esplorino gli archi della stella uscente del nodo selezionato in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Si consideri poi il caso in cui il costo dell'arco (3,4) sia un parametro reale  $\alpha$ , e si discuta per quali valori del parametro la soluzione determinata resta un albero dei cammini minimi, giustificando la risposta.



4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo per l'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo  $cx = 71$ . Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.



5) Si formuli il problema del Commesso Viaggiatore (TSP), relativamente all'istanza in figura, in termini di Programmazione Lineare Intera. Giustificare la correttezza della formulazione proposta.



6) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 6x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 2x_5 + x_6 \\
 & 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_6 \leq 12 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

l'algoritmo Branch and Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 0. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore; si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.