

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2014/15)

Nome:

Cognome:

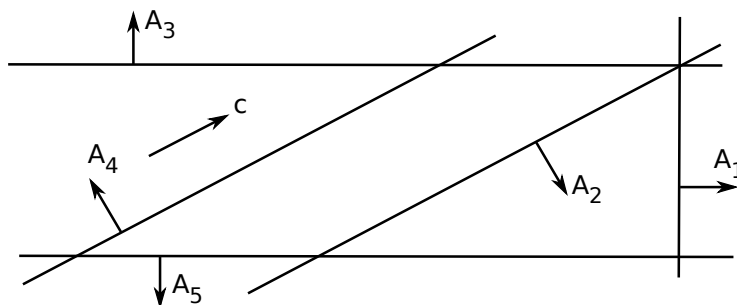
Matricola:

1) Si risolva algebricamente il seguente problema di *PL*

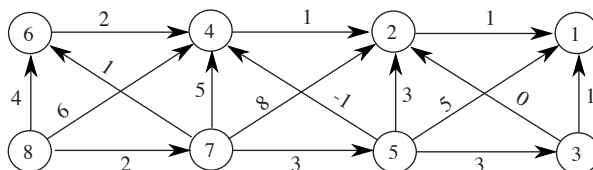
$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 \\
 & x_2 \leq 0 \\
 & x_1 - 2x_2 \leq 10 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 8 \\
 & x_1 \leq 2 \\
 & -x_1 \leq 0
 \end{aligned}$$

mediante l’algoritmo del Simpleso Duale, partendo dalla base $B = \{1, 2\}$. Ad ogni iterazione si mostrino la base, la matrice di base e la sua inversa, le soluzioni di base, la direzione e il passo di spostamento, gli indici entrante ed uscente, giustificando le risposte. Discutere l’eventuale degenerazione primale e duale della base ottima.

2) Si risolva geometricamente, per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primale, il problema di *PL* in figura a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base \bar{x} e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Alla fine, se l’algoritmo termina con esito ottimo finito, si discuta l’unicità della soluzione ottima duale determinata.



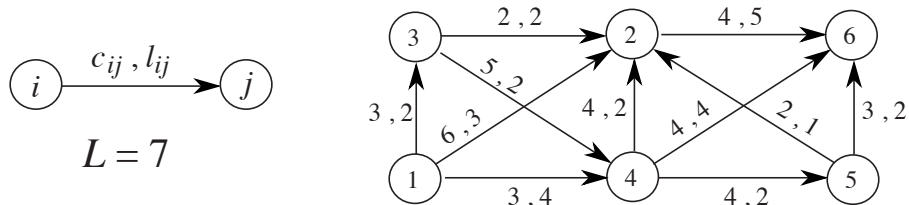
3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 8 sul grafo in figura, utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato, i vettori dei predecessori e delle etichette e l’insieme dei nodi candidati Q . Durante l’esecuzione dell’algoritmo si esplorino gli archi della stella uscente del nodo selezionato in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. Si indichi poi come cambierebbero le risposte se l’arco $(8, 4)$ invertisse il suo verso, diventando $(4, 8)$.



4) La cooperativa di taxi “Et voila”, in difficoltà per via dell’arrivo dei nuovi servizi basati su Internet, ha deciso di utilizzare strumenti matematici sofisticati per aumentare la propria competitività. Per la giornata di oggi la cooperativa ha assunto gli impegni in tabella, dove per ogni corsa sono riportati l’orario in cui bisogna trovarsi presso il cliente e la durata del servizio richiesto. Il responsabile delle operazioni deve determinare quanti dei tre autisti a sua disposizione siano necessari per rispettare gli impegni presi. Lo si aiuti formulando il problema mediante un modello di *Programmazione Lineare Intera*.

Corsa	1	2	3	4	5
Tempo inizio	9:00	9:30	10:30	13:20	15:00
Durata	2:00	1:30	1:00	2:20	1:30

5) Si risolva il problema del Cammino Minimo Vincolato dal nodo 1 al nodo 6 del grafo in figura utilizzando l'algoritmo Branch&Bound che usa come rilassamento il Cammino Minimo (non vincolato), nessuna euristica, visita l'albero delle decisioni a scandaglio, e come regola di branching usa la seguente: dato il cammino minimo ottenuto dal rilassamento, nel primo dei figli si elimina il primo arco del cammino, nel secondo si fissa in soluzione il primo arco e si elimina il secondo, nel terzo si fissano in soluzione i primi due archi e si elimina il terzo, e così via. Per ogni nodo si riporti la soluzione del rilassamento e si indichi se il nodo viene chiuso e perché, oppure se viene effettuato il branching e come. Si esaminino solamente i primi 6 nodi dell'albero delle decisioni; se ciò non fosse sufficiente a risolvere il problema, si indichi il gap ottenuto quando l'algoritmo viene interrotto, giustificando la risposta.



6) Data la coppia asimmetrica di problemi di PL:

$$(P) \max\{cx : Ax \leq b\} \text{ e } (D) \min\{yb : yA = c, y \geq 0\},$$

dimostrare che, se durante un'iterazione dell'algoritmo del Simpleso Primate, relativa ad una data base B , si ottiene $A_N \xi \leq 0$, allora (D) risulta vuoto.