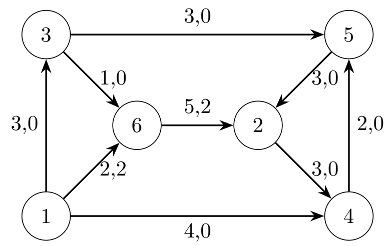
RICERCA OPERATIVA - LM in Ingegneria Gestionale (a.a. 2025/26)

Nome: Cognome: Matricola:

1) L'azienda PisaDroni deve localizzare punti di lancio, detti alveari, per i propri droni, al fine di servire un insieme di clienti effettuando consegne di pacchi tramite droni. A ogni sito $i \in I = \{1, \ldots, m\}$ candidato alla localizzazione di un alveare sono associati un costo fisso di apertura f_i e una capacità Q_i, che indica il numero massimo di pacchi che possono essere consegnati a partire da quell'alveare. Ogni cliente $j \in J = \{1, \ldots, n\}$ ha una domanda d_j, che indica il numero di pacchi richiesti. Ogni cliente può essere servito da al più un alveare. In particolare, servire il cliente j dall'alveare i comporta un costo fisso di servizio c_{ij}. Se j non è servito, va pagata una penalità p_j.

Si formuli in termini di modello *PLI* il problema di decidere in quali siti candidati aprire un alveare, quali clienti assegnare agli alveari aperti, e quali clienti eventualmente non servire, rispettando i vincoli di linking (un cliente può essere servito solo da un alveare aperto), di capacità di servizio degli alveari (non eccedere Q_i per ogni alveare aperto i), e di assegnamento (ogni cliente può essere servito al massimo da un alveare o rimanere non servito). L'obiettivo è minimizzare il costo totale sostenuto dall'azienda, dato dalla somma dei costi di apertura degli alveari, dei costi di servizio per i clienti assegnati a un alveare, e delle penalità da pagare per i clienti non serviti.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 2 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso indicato, di valore 2. Durante la ricerca di un cammino aumentante si visitino gli archi della stella uscente del nodo correntemente esaminato secondo l'ordine crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1, 2)$ è visitato prima di $(1, 3)$). Per ogni iterazione si riportino l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s, l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. Si discuta, infine, quale sarebbe il valore del flusso massimo nel caso in cui la capacità dell'arco $(6, 2)$ fosse pari a 3.



3) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino binario

$$
\begin{array}{lrrrrrcl}
\max & 12x_1 & +8x_2 & +10x_3 & +5x_4 & +x_5 & & \\
 & 3x_1 & +3x_2 & +4x_3 & +3x_4 & +2x_5 & \leq & 11 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0,1\}
\end{array}
$$

l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visitando per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti), con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Giustificare tutte le risposte.

Al termine, si discuta se la soluzione ottima individuata resterebbe ottima anche nel caso in cui la capacità dello zaino valesse 10.