

## Esaurimento delle riserve petrolifere in Crudestan

### Il contesto

Il Crudestan è uno dei maggiori produttori di petrolio. Il petrolio rappresenta la maggior fonte di entrate per il paese, contribuendo per il 40% al bilancio del governo e per il 25% al PIL. Preoccupato per questa eccessiva dipendenza da una sola risorsa e per le prospettive di esaurimento delle riserve petrolifere, il governo vuole valutare possibili strategie di sostituzione del petrolio come maggiore risorsa economica. A questo scopo si decide di determinare il picco del petrolio basato sulla curva di Hubbert.

La curva di Hubbert dà l'andamento della produzione annuale,  $P(t)$ , in funzione della produzione cumulata,  $Q(t)$ , e della quantità totale di petrolio disponibile prima dell'inizio dello sfruttamento,  $T$ . Essa può essere scritta come segue:

$$P(t) = aQ(t)\left(1 - \frac{Q(t)}{T}\right),$$

dove  $a$  è un parametro chiamato *tasso di crescita intrinseco*. Tale funzione viene utilizzata per stimare l'andamento della produzione dopo il 2006. Dal 1962 al 2006 l'andamento della produzione, quale risulta dai dati disponibili, è quello riportato in appendice.

Per la quantità  $T$  di riserve petrolifere sono state fatte tre stime diverse, in milioni di tonnellate: 80.200, 88.722, 96.530. Mentre per il parametro  $a$  è stato stimato un valore di 0,051.

### Esercizio

Si costruisca un modello al fine di determinare l'andamento della produzione annuale, l'andamento delle riserve residue e quello della produzione cumulata a partire dal 1962 fino al 2130, nelle tre ipotesi per il valore di  $T$ . Si faccia poi una analisi di sensitività del modello rispetto al valore di  $a$ , studiando gli effetti di variazioni del suo valore del 10% e del 20% in più ed in meno.

Nell'anno iniziale dell'analisi, il valore della produzione cumulata, a partire dall'inizio dell'estrazione del petrolio era di 562 milioni di tonnellate.

## Appendice

Anno	Produzione (Milioni di Ton.)
1962	65,71
1963	73,29
1964	84,49
1965	94,27
1966	105,66
1967	129,83
1968	142,36
1969	117,37
1970	191,41
1971	226,95
1972	251,17
1973	293,02
1974	301,05
1975	267,43
1976	294,27
1977	240,02
1978	208,52
1979	172,67
1980	72,33
1981	72,1
1982	134
1983	135,15
1984	115,35
1985	113,2
1986	100,95
1987	121,2
1988	127,85
1989	147,28
1990	163,32
1991	170,6
1992	184,65
1993	195,45
1994	193,35
1995	196,35
1996	193,6
1997	192,35
1998	193,2
1999	186,8
2000	194
2001	185,3
2002	181,85
2003	199,15
2004	199,81
2005	201,07
2006	202,85