

Diffusione della malaria

La malaria è una parassitosi provocata da protozoi del genere *Plasmodium*. Il serbatoio del parassita sono gli individui infettati cronicamente ed il vettore sono le femmine di zanzara del genere *Anopheles*.

La zanzara fecondata ha bisogno di un “pasto di sangue” per portare a maturazione le uova che poi vengono deposte in acque stagnanti. L'intervallo fra due deposizioni di uova (o fra due pasti di sangue), compreso usualmente fra 2 e 5 giorni, è detto *ciclo gonotrofico*. Il numero di uova deposte ad ogni ciclo è compreso fra 40 ed 80. In generale una zanzara risulta fertile dal secondo ciclo in poi. Una volta che la zanzara sia stata infettata, passano mediamente dai 10 ai 14 giorni perché il parassita della malaria arrivi alle ghiandole salivari, e possa essere quindi trasmesso all'uomo.

Per quel che riguarda il tasso di mortalità delle zanzare per unità di tempo, possiamo assumere, a prezzo di una certa semplificazione, che esso sia una funzione del numero x delle zanzare presenti.¹ Assumiamo che tale funzione sia della forma $f(x) = 1 - e^{-x/m}$, dove m tiene conto della capacità di carico dell'ecosistema. Mediamente una zanzara muore entro un numero abbastanza piccolo di cicli gonotrofici. Per semplicità assumiamo che una zanzara sopravviva al più per 5 cicli, che le zanzare siano fertili solo dal secondo ciclo, ed capaci di trasmettere infezione solo dal quarto.

Si costruisca un modello di crescita di una popolazione di zanzare usando i seguenti dati²:

- Durata ciclo gonotrofico: 3 giorni
- m : 10.000
- Uova depositate per zanzara e per ciclo: 60
- Tasso predazione uova; 0,7
- Tasso uova non schiuse: 0,2
- Tempo di schiusa delle uova: 14 giorni
- Valore iniziale del numero di zanzare presenti in ciascun ciclo: 1000
- Numero iniziale di uova: 100.000

Si dia l'andamento nel tempo del numero di zanzare capaci di infettare. Si studi cosa accade nei seguenti scenari:

¹In questo modo utilizziamo il tasso di mortalità per tenere conto della capacità di carico dell'ecosistema.

²I dati forniti hanno solo valore ai fini dell'esercizio. In realtà il valore dei diversi parametri varia molto a seconda del tipo di zanzara e soprattutto delle condizioni climatiche ed ambientali.

1. al cinquantesimo giorno si effettua un trattamento della durata di 5 giorni con un insetticida che porti il tasso di mortalità al 90%;
2. il trattamento del caso precedente viene ripetuto ogni 30 giorni;
3. al cinquantesimo giorno si inizia un trattamento costante che porti il tasso di mortalità al 50%;

Nel terzo scenario a che livello bisogna portare il tasso di mortalità per eliminare le zanzare nell'arco di 60 giorni?