

Esercitazione Compitino

[Ex. 1] Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con il termine a^\times , la cui semantica operativa è definita dalle regole

$$\frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow n} \quad \frac{\langle a, \sigma \rangle \rightarrow n \quad \langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow m}{\langle a^\times, \sigma \rangle \rightarrow \underline{n \times m}}$$

1. Provare la terminazione.
2. Provare che $\forall \sigma, n. P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n)$, dove

$$P(\langle 1^\times, \sigma \rangle \rightarrow n) \stackrel{\text{def}}{=} n = 1$$

[Ex. 2] Definiamo w come il comando:

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{while} \ x \times x = y \ \mathbf{do} \ (x := x \times x ; y := x \times y)$$

Trovare le memorie S tali che $\forall \sigma \in S. \langle w, \sigma \rangle \not\rightarrow$.

[Ex. 3] Sia (D, \preceq) un CPO con bottom tale che $D = \mathbb{N} \cup \{\infty_1, \infty_2\}$ e $\preceq \cap (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) = \leq$, ∞_2 è l'elemento top e $x \preceq \infty_1$ sse $x \neq \infty_2$.

1. Consideriamo la funzione $succ : D \rightarrow D$ tale che $\forall n \in \mathbb{N}. succ(n) = n+1$ e $succ(\infty_1) = succ(\infty_2) = \infty_2$.
Provare che la funzione $succ$ è monotona e continua.
2. [Opzionale] Sia $\{d_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ una catena.
Provare che se $\bigsqcup_{i \in \mathbb{N}} d_i = \infty_2$ allora la catena è finita.