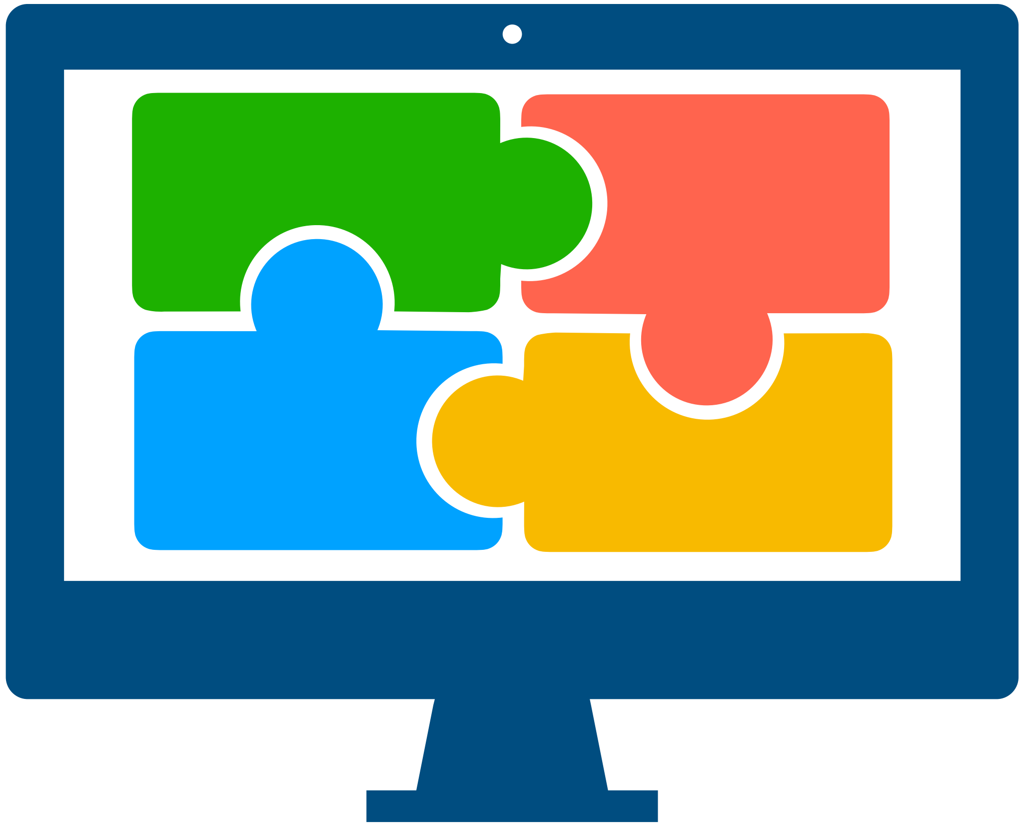

Linguaggi di Programmazione

Roberta Gori

Esercitazione #1

Prolog, unificazione, derivazioni

Ex.1 Sia $\Sigma_0 = \{0\}$ e $\Sigma_1 = \{s\}$. Estendete il programma logico che definisce il predicato $sum \in \Pi_3$ (visto a lezione) per definire:

1. un predicato $prod \in \Pi_3$ per calcolare il prodotto di 2 numeri;
2. un predicato $pow \in \Pi_3$ per calcolare la potenze;
3. un predicato $div \in \Pi_3$ per verificare che il primo argomento divida il secondo.

Ex. 1 (1,2,3)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .
```

1

```
prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .
```

2

```
pow(s(x),0,s(0)) .
pow(x,s(y),z) :- pow(x,y,w) , prod(w,x,z) .
```

3

```
div(s(y),z) :- prod(x,s(y),z) .
```

[Ex. 2] Data la sintassi in Ex.1, risolvere il seguente problema di unificazione

1. $G_1 \stackrel{\text{def}}{=} \{\mathsf{prod}(\mathsf{s}(x), y, \mathsf{s}(z)) \stackrel{?}{=} \mathsf{prod}(y, z, x)\}$

2. $G_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{\mathsf{pow}(x, \mathsf{s}(y), x) \stackrel{?}{=} \mathsf{pow}(\mathsf{s}(y), z, z)\}$

3. $G_3 \stackrel{\text{def}}{=} \{\mathsf{div}(x, \mathsf{s}(y)) \stackrel{?}{=} \mathsf{div}(z, x)\ ,\ \mathsf{div}(y, \mathsf{s}(z)) \stackrel{?}{=} \mathsf{div}(u, \mathsf{s}(u))\}$

Unificazione

delete

$\mathcal{G} \cup \{t \stackrel{?}{=} t\}$

becomes

$\mathcal{G}$

eliminate

$\mathcal{G} \cup \{x \stackrel{?}{=} t\}$

becomes if $x \in vars(\mathcal{G}) \setminus vars(t)$

$\mathcal{G}[x = t] \cup \{x \stackrel{?}{=} t\}$

swap

$\mathcal{G} \cup \{f(t_1, ..., t_m) \stackrel{?}{=} x\}$

becomes

$\mathcal{G} \cup \{x \stackrel{?}{=} f(t_1, ..., t_m)\}$

decompose

$\mathcal{G} \cup \{f(t_1, ..., t_m) \stackrel{?}{=} f(u_1, ..., u_m)\}$

becomes

$\mathcal{G} \cup \{t_1 \stackrel{?}{=} u_1, ..., t_m \stackrel{?}{=} u_m\}$

occur-check

$\mathcal{G} \cup \{x \stackrel{?}{=} f(t_1, ..., t_m)\}$

fails if $x \in vars(f(t_1, ..., t_m))$

conflict

$\mathcal{G} \cup \{f(t_1, ..., t_m) \stackrel{?}{=} g(u_1, ..., u_h)\}$

fails if $f \neq g$ or $m \neq h$

Ex. 2 (1)

$$\{\mathsf{prod}(\mathsf{s}(x), y, \mathsf{s}(z)) \stackrel{?}{=} \mathsf{prod}(y, z, x)\}$$

decompose

$$\{\mathsf{s}(x) \stackrel{?}{=} y\ ,\ y \stackrel{?}{=} z\ ,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} x\}$$

swap

$$\{y \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ y \stackrel{?}{=} z\ ,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} x\}$$

eliminate

$$\{y \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ \mathsf{s}(x) \stackrel{?}{=} z\ ,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} x\}$$

swap

$$\{y \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} x\}$$

eliminate

$$\{y \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ \mathsf{s}(\mathsf{s}(x)) \stackrel{?}{=} x\}$$

swap

$$\{y \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(x)\ ,\ x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(\mathsf{s}(x))\}$$

occur-check

Ex. 2 (2)

$$\{\mathsf{pow}(x, \mathsf{s}(y), x) \stackrel{?}{=} \mathsf{pow}(\mathsf{s}(y), z, z)\}$$

decompose

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} z\ ,\ \ x \stackrel{?}{=} z\}$$

eliminate

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} z\ ,\ \ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} z\}$$

swap

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ \ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} z\}$$

eliminate

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ \ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\}$$

delete

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\ ,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\}$$

$$[x = \mathsf{s}(y)\ ,\ z = \mathsf{s}(y)]$$

Ex. 2 (3)

$$\{\mathsf{div}(x, \mathsf{s}(y)) \stackrel{?}{=} \mathsf{div}(z, x)\,,\ \mathsf{div}(y, \mathsf{s}(z)) \stackrel{?}{=} \mathsf{div}(u, \mathsf{s}(u))\}$$

decompose decompose

$$\{x \stackrel{?}{=} z\,,\ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} x\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

eliminate

$$\{x \stackrel{?}{=} z\,,\ \mathsf{s}(y) \stackrel{?}{=} z\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

swap

$$\{x \stackrel{?}{=} z\,,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(z) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

eliminate

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\,,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(y)\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(\mathsf{s}(y)) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

eliminate

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(\mathsf{s}(u)) \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

decompose

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ \mathsf{s}(u) \stackrel{?}{=} u\}$$

swap

$$\{x \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ z \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\,,\ y \stackrel{?}{=} u\,,\ u \stackrel{?}{=} \mathsf{s}(u)\}$$

occur-check

[Ex. 3] Data il programma logico in Ex.1, scrivere delle derivazioni per i goals seguenti:

1. $\mathsf{sum}(x, \mathsf{s}(0), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$
2. $\mathsf{prod}(\mathsf{s}(\mathsf{s}(0)), y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$
3. $\mathsf{div}(z, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

Ex. 3 (1)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .
```

$\mathsf{sum}(x, \mathsf{s}(0), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\qquad \sigma_1 = [x = \mathsf{s}(x_1), y_1 = \mathsf{s}(0), z_1 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1} \mathsf{sum}(x_1, \mathsf{s}(0), \mathsf{s}(0))$ $\qquad \sigma_2 = [x_1 = 0, y_2 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2} \square$

$$x = \mathsf{s}(0)$$

Alternativamente: $\qquad \sigma_2 = [x_1 = \mathsf{s}(x_2), y_2 = \mathsf{s}(0), z_2 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2} \mathsf{sum}(x_2, \mathsf{s}(0), 0)$

Fallimento!

Ex. 3 (2)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .

prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .
```

$\mathsf{prod}(\mathsf{s}(\mathsf{s}(0)), y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\quad \sigma_1 = [x_1 = \mathsf{s}(0), y_1 = y, z_1 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1}$ $\mathsf{prod}(\mathsf{s}(0), y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_2 = [x_2 = 0, y_2 = y, z_2 = w_1]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2}$ $\mathsf{prod}(0, y, w_2), \mathsf{sum}(w_2, y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_3 = [y_3 = y, w_2 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_3}$ $\mathsf{sum}(0, y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\quad \sigma_4 = [w_1 = y, y_4 = y]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_4}$ $\mathsf{sum}(y, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\quad \sigma_5 = [y = \mathsf{s}(x_5), y_5 = \mathsf{s}(x_5), z_5 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_5}$ $\mathsf{sum}(x_5, \mathsf{s}(x_5), \mathsf{s}(0))$ $\quad \sigma_6 = [x_5 = 0, y_6 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_6}$ $\square$ $\qquad y = \mathsf{s}(0)$

Alternativamente:

Ex. 3 (2)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .

prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .
```

$\mathsf{prod}(\mathsf{s}(\mathsf{s}(0)), y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\qquad \sigma_1 = [x_1 = \mathsf{s}(0), y_1 = y, z_1 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1}$ $\mathsf{prod}(\mathsf{s}(0), y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_2 = [x_2 = 0, y_2 = y, z_2 = w_1]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2}$ $\mathsf{prod}(0, y, w_2), \mathsf{sum}(w_2, y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_3 = [y_3 = y, w_2 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_3}$ $\mathsf{sum}(0, y, w_1), \mathsf{sum}(w_1, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\qquad \sigma_4 = [w_1 = y, y_4 = y]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_4}$ $\mathsf{sum}(y, y, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\qquad \sigma_5 = [y = \mathsf{s}(x_5), y_5 = \mathsf{s}(x_5), z_5 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_5}$ $\mathsf{sum}(x_5, \mathsf{s}(x_5), \mathsf{s}(0))$ $\qquad \sigma_6 = [x_5 = \mathsf{s}(x_6), y_6 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(x_6)), z_6 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_6}$ $\mathsf{sum}(x_6, \mathsf{s}(\mathsf{s}(x_6)), 0)$

Fallimento!

Ex. 3 (3)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .

prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .

div(s(y),z) :- prod(x,s(y),z) .
```

$\mathsf{div}(z, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_1 = [z = \mathsf{s}(y_1), z_1 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1}$ $\mathsf{prod}(x_1, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_2 = [x_1 = \mathsf{s}(x_2), y_2 = \mathsf{s}(y_1), z_2 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2}$ $\mathsf{prod}(x_2, \mathsf{s}(y_1), w_2)\ ,\ \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_3 = [x_2 = 0, y_3 = \mathsf{s}(y_1), w_2 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_3}$ $\mathsf{sum}(0, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_4 = [y_4 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)), y_1 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_4}$ $\square$

$z = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))$

Alternatively:

Ex. 3 (3)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .

prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .

div(s(y),z) :- prod(x,s(y),z) .
```

$\mathsf{div}(z, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_1 = [z = \mathsf{s}(y_1), z_1 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1} \mathsf{prod}(x_1, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_2 = [x_1 = \mathsf{s}(x_2), y_2 = \mathsf{s}(y_1), z_2 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2} \mathsf{prod}(x_2, \mathsf{s}(y_1), w_2)\ ,\ \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_3 = [x_2 = \mathsf{s}(x_3), y_3 = \mathsf{s}(y_1), z_3 = w_2]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_3} \mathsf{prod}(x_3, \mathsf{s}(y_1), w_3), \mathsf{sum}(w_3, \mathsf{s}(y_1), w_2), \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_4 = [x_3 = 0, y_4 = \mathsf{s}(y_1), w_3 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_4} \mathsf{sum}(0, \mathsf{s}(y_1), w_2)\ ,\ \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_5 = [y_5 = \mathsf{s}(y_1), w_2 = \mathsf{s}(y_1)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_5} \mathsf{sum}(\mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_6 = [x_6 = y_1, y_6 = \mathsf{s}(y_1), z_6 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_6} \mathsf{sum}(y_1, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(0))$

$\sigma_7 = [y_1 = 0, y_7 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_7} \square$

$z = \mathsf{s}(0)$

Alternativamente:

Ex. 3 (3)

```
sum(0,y,y) .
sum(s(x),y,s(z)) :- sum(x,y,z) .

prod(0,y,0) .
prod(s(x),y,z) :- prod(x,y,w) , sum(w,y,z) .

div(s(y),z) :- prod(x,s(y),z) .
```

$\mathsf{div}(z, \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\quad \sigma_1 = [z = \mathsf{s}(y_1), z_1 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_1} \mathsf{prod}(x_1, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_2 = [x_1 = \mathsf{s}(x_2), y_2 = \mathsf{s}(y_1), z_2 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(0))]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_2} \mathsf{prod}(x_2, \mathsf{s}(y_1), w_2)\ ,\ \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_3 = [x_2 = \mathsf{s}(x_3), y_3 = \mathsf{s}(y_1), z_3 = w_2]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_3} \mathsf{prod}(x_3, \mathsf{s}(y_1), w_3), \mathsf{sum}(w_3, \mathsf{s}(y_1), w_2), \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_4 = [x_3 = 0, y_4 = \mathsf{s}(y_1), w_3 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_4} \mathsf{sum}(0, \mathsf{s}(y_1), w_2)\ ,\ \mathsf{sum}(w_2, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$

$\sigma_5 = [y_5 = \mathsf{s}(y_1), w_2 = \mathsf{s}(y_1)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_5} \mathsf{sum}(\mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(\mathsf{s}(0)))$ $\quad \sigma_6 = [x_6 = y_1, y_6 = \mathsf{s}(y_1), z_6 = \mathsf{s}(0)]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_6} \mathsf{sum}(y_1, \mathsf{s}(y_1), \mathsf{s}(0))$ $\quad \sigma_7 = [y_1 = \mathsf{s}(x_7), y_7 = \mathsf{s}(\mathsf{s}(x_7)), z_7 = 0]$

$\nwarrow_{\widehat{\sigma}_7} \mathsf{sum}(x_7, \mathsf{s}(\mathsf{s}(x_7)), 0)$ Fallimento!

Induzione Matematica

[Ex. 4] Provare per induzione matematica che

$$\forall n > 0.\ n^n \geq n!$$

Ex. 4

$\forall n > 0.\ P(n)$ $\qquad P(n) \triangleq n^n \geq n!$

$P(1)$ $\qquad 1^1 = 1 \geq 1 = 1!$

$\forall n.\ P(n) \Rightarrow P(n+1)$ Prendiamo un generico n

Assumiamo $P(n) \triangleq n^n \geq n!$

Vogliamo provare $P(n+1) \triangleq (n+1)^{n+1} \geq (n+1)!$

$$(n+1)^{n+1} = (n+1) \cdot (n+1)^n \geq (n+1) \cdot n^n \geq (n+1) \cdot n! = (n+1)!$$

[Ex. 5]

$$a_0 \stackrel{\text{def}}{=} 0 \qquad a_{n+1} \stackrel{\text{def}}{=} 2a_n + n$$

Provare per induzione matematica che

$$\forall n \in \mathbb{N}.\ a_n = 2^n - n - 1$$

Ex. 5

$$a_0 \triangleq 0 \qquad a_{n+1} \triangleq 2a_n + n$$

$$\forall n \in \mathbb{N}.\ P(n) \qquad P(n) \triangleq a_n = 2^n - n - 1$$

$P(0)$

$$a_0 = 0 = 1 - 0 - 1 = 2^0 - 0 - 1$$

$\forall n.\ P(n) \Rightarrow P(n+1)$

Prendiamo un generico n

Assumiamo $P(n) \triangleq a_n = 2^n - n - 1$

Vogliamo provare $P(n+1) \triangleq a_{n+1} = 2^{n+1} - (n+1) - 1$

$$a_{n+1} = 2a_n + n = 2(2^n - n - 1) + n = 2^{n+1} - 2n - 2 + n$$

$$= 2^{n+1} - n - 2 = 2^{n+1} - (n+1) - 1$$

[Ex. 6] Definiamo i numeri di Fibonacci

$$F_1 \stackrel{\text{def}}{=} 1 \qquad F_2 \stackrel{\text{def}}{=} 1 \qquad F_{n+2} \stackrel{\text{def}}{=} F_n + F_{n+1}$$

Provare per induzione matematica che

$$\forall n > 0.\ \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$$

Ex. 6

$$F_1 \triangleq 1 \qquad F_2 \triangleq 1 \qquad F_{n+2} \triangleq F_n + F_{n+1}$$

$$\forall n > 0.\ P(n) \qquad\qquad P(n) \triangleq \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$$

$P(1)$

$$\sum_{i=1}^{1} F_i = F_1 = 1$$

$$F_{1+2} - 1 = F_3 - 1 = F_1 + F_2 - 1 = 1 + 1 - 1 = 1$$

$P(2)$

$$\sum_{i=1}^{2} F_i = F_1 + F_2 = F_3$$

$$F_{2+2} - 1 = F_4 - 1 = F_2 + F_3 - 1 = 1 + F_3 - 1 = F_3$$

Ex. 6

$$F_1 \triangleq 1 \qquad F_2 \triangleq 1 \qquad F_{n+2} \triangleq F_n + F_{n+1}$$

$$\forall n > 0.\ P(n) \qquad\qquad P(n) \triangleq \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$$

$\forall n.\ P(n) \Rightarrow P(n+1)$ Prendiamo un generico n

Assumiamo $P(n) \triangleq \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$

Vogliamo provare $P(n+1) \triangleq \sum_{i=1}^{n+1} F_i = F_{(n+1)+2} - 1$

$$\sum_{i=1}^{n+1} F_i = F_{n+1} + \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+1} + F_{n+2} - 1 = F_{n+3} - 1 = F_{(n+1)+2} - 1$$