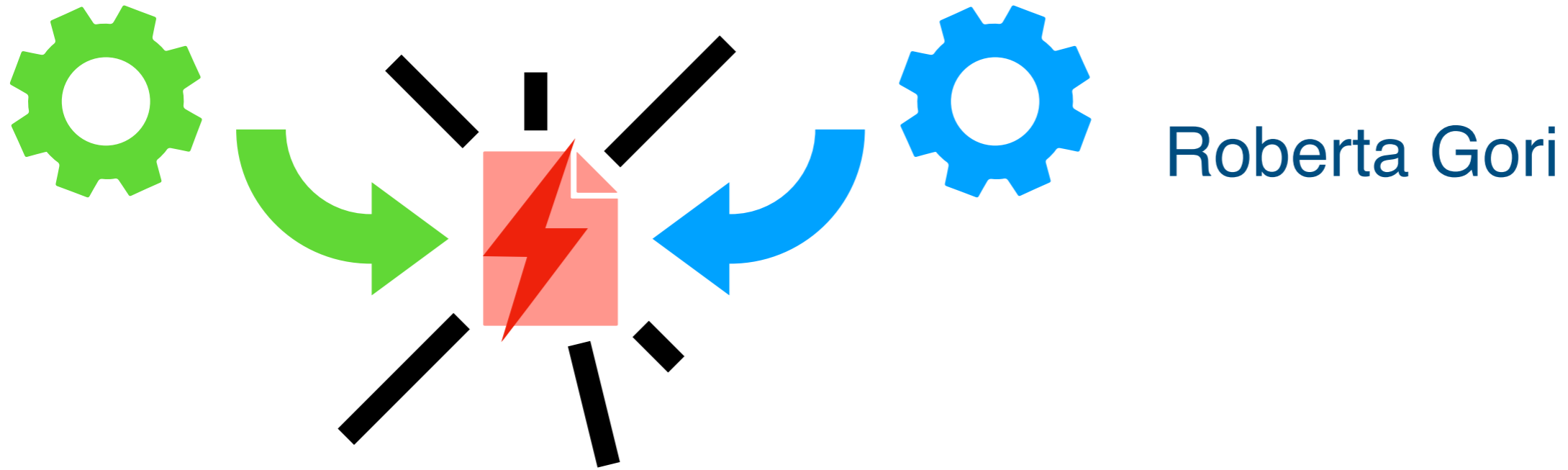


Linguaggi di Programmazione



Esercitazione #2

Induzione strutturale,
induzione sulle regole e divergenza

Ex.1 Completare la prova di terminazione delle espressioni booleane per induzione strutturale

$$b ::= v \mid a \text{ cmp } a \mid \neg b \mid b \text{ bop } b$$

$$P(b) \triangleq \forall \sigma. \exists u. \langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u$$

[Ex. 2] Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con l'operatore $a_0 \sqcap a_1$

la cui big-step semantica operativa è data dalla regola

$$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \longrightarrow n \quad \langle a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n}{\langle a_0 \sqcap a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n}$$

1. Provare la terminazione o esibire un contro-esempio
2. Provare il determinismo o esibire un contro-esempio

[Ex. 3] Estendiamo la sintassi delle espressioni aritmetiche con l'operatore $a_0 \sqcup a_1$ la cui big-step semantica operativa è data dalla regola

$$\frac{\langle a_0, \sigma \rangle \longrightarrow n_0}{\langle a_0 \sqcup a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_0} \quad \frac{\langle a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_1}{\langle a_0 \sqcup a_1, \sigma \rangle \longrightarrow n_1}$$

1. Provare la terminazione o esibire un contro-esempio
2. Provare il determinismo o esibire un contro-esempio

[Ex. 4] Consideriamo il comando

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{while} \ x > y \ \mathbf{do} \ (x := x + 1 ; y := y - 1)$$

Trovare l'insieme S di memorie σ tali che $\langle w, \sigma \rangle \not\rightarrow$ e provare che queste rispettano la condizione usando la regola di inferenza per la divergenza

[Ex. 5] Provare il determinismo dell'espressione booleana
usando l'induzione sulle regole

$$P(\langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u) \stackrel{\Delta}{=} \forall u'. \langle b, \sigma \rangle \longrightarrow u' \Rightarrow u = u'$$

[Ex. 6] Sia b un'espressione booleana e un comando c . Considerate il comando

$$w \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{while } b \mathbf{ do } c$$

Provare per induzione sulle regole

$$\forall \sigma, \sigma'. \langle w, \sigma \rangle \longrightarrow \sigma' \Rightarrow \langle b, \sigma' \rangle \longrightarrow \mathit{false}$$