

Gestione di progetti (Project Management)

(Cap. 14 C.T. Ragsdale)

- Decisioni di Tipo tattico / operativo
- Tecniche per pianificare, organizzare e controllare progetti: (anni '50)

1) C P M (Critical Path Method)

2) P E R T (Program Evaluation and Review Technique)

Focus: Determinare quando un progetto ($\equiv$ insieme di attività aventi dipendenze di tipo fisico/logico) possa essere completato, e schedulare l'inizio di ogni attività nel progetto (per garantire il completamento come stabilito)

Differenza principale:

- 1) CPM: assume che il tempo necessario ad eseguire ogni attività nel progetto possa essere determinato con accuratezza
- 2) PERT: assume che tale tempo sia una variabile random (caso di incertezza)

Esempio (14.1) Lightner Construction

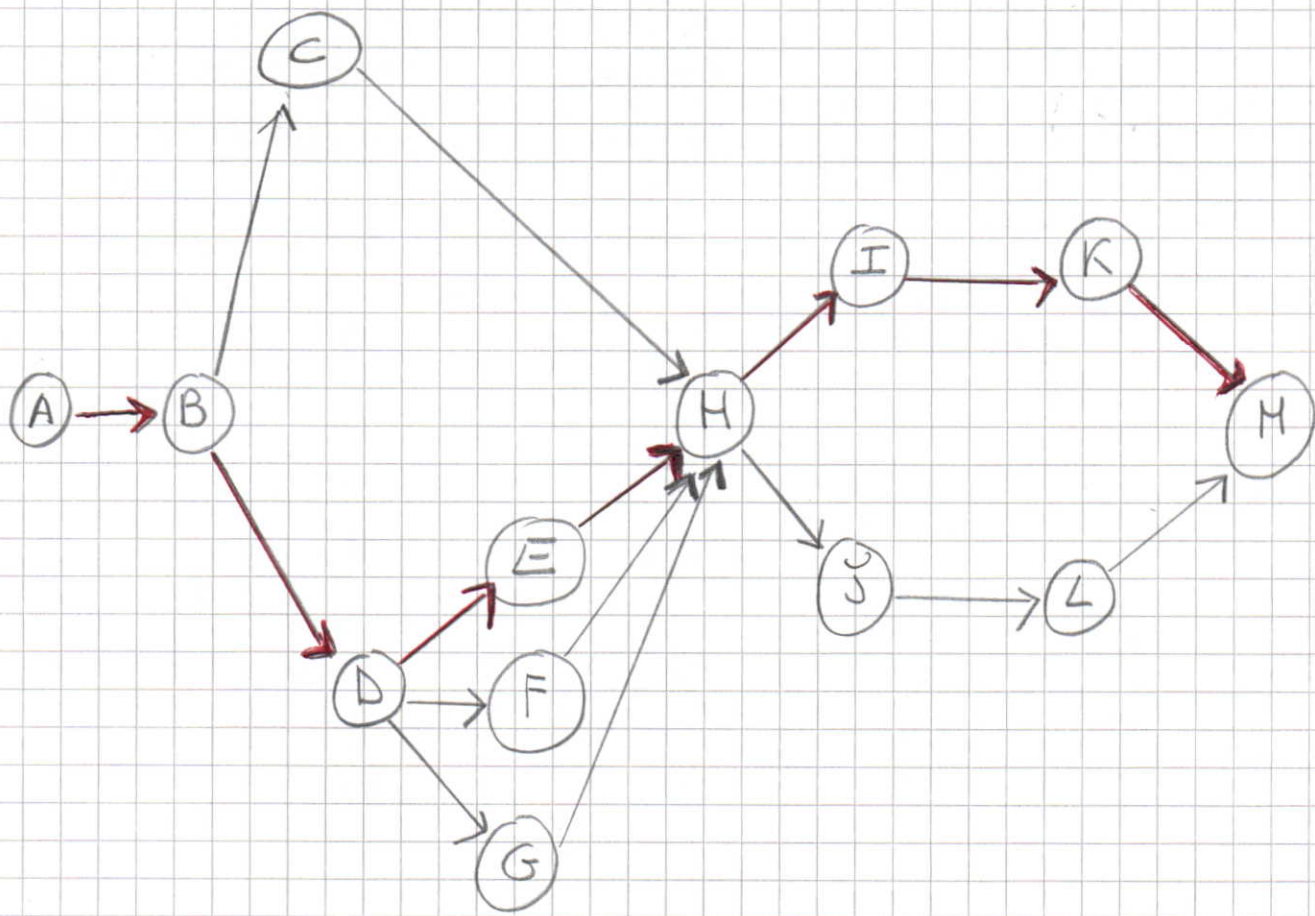
(Impresa specializzata nella costruzione di residenze e edifici adibiti ad uso ufficio):

< logistica interna >

Consideriamo il seguente progetto, costituito da attività di cui è noto il tempo necessario alla loro esecuzione (in giorni) e le relazioni di precedenza (predecessori immediati)

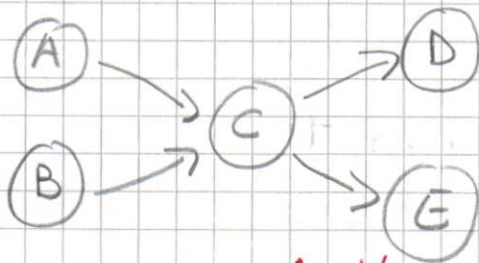
Attività (i)		(t _i) Tempo (giorni)	Predecessori Immediati
A	Scavi	3	—
B	Fondamento	4	A
C	...	3	B
D	...	10	B
E	...	8	D
F	...	4	D
G	...	6	D
H	...	8	C, E, F, G
I	...	5	H
J	...	5	H
K	...	4	H
L	...	2	J
M	Completamento e collaudo	4	K, L

Le attività costituenti il progetto possono essere descritte attraverso un grafo orientato, detto rete AON (Activity-on-Node)

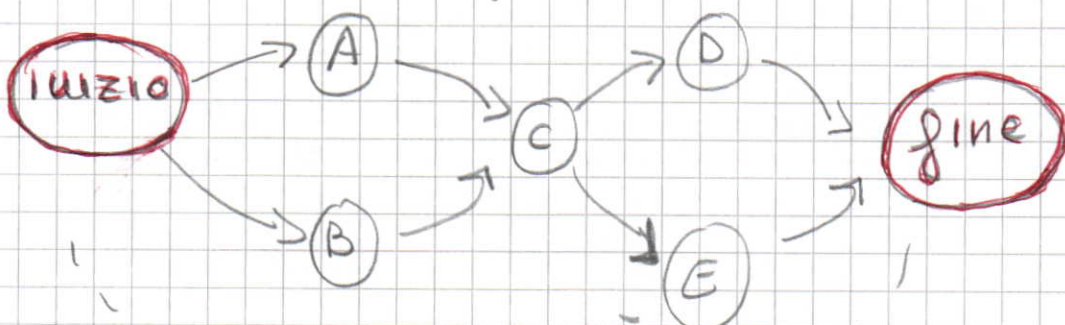


Nota : A è l'unica attività di inizio progetto, mentre M è l'unica attività di fine progetto

In caso contrario, es :



⇓ AON



attività fittizie!

Il metodo CPM

63

Osservazione chiave: qual è il minimo tempo di completamento dell'intero progetto?

è il tempo necessario a completare le attività lungo il cammino più lungo dal nodo iniziale al nodo finale:

cammino critico (attività critiche)

(in rosso in figura)

Un qualunque ritardo nei tempi d'inizio o fine delle attività critiche rallenta il tempo di completamento dell'intero progetto!

Obiettivi:

- 1) determinare il minimo tempo di completamento dell'intero progetto, assumendo che il progetto inizi al tempo 0 (ovvero; determinare il cammino critico sulla corrispondente rete AON)

- 2) schedulare ogni attività del progetto (ovvero determinare tempi di inizio e fine) per garantire tale minimo tempo di completamento

Algoritmo CPM:

- 1) Passo forward: scansione forward della rete AON, per determinare il minimo tempo di inizio e fine di ogni attività del progetto
- 2) Passo backward: scansione backward della rete AON, per determinare il massimo tempo di inizio e fine di ogni attività (che non ritardi il completamento dell'intero progetto)
- 3) Individuazione di: cammino critico, (minimo) tempo di completamento del progetto, schedulazioni ammissibili delle attività

Esempio EPM:

64

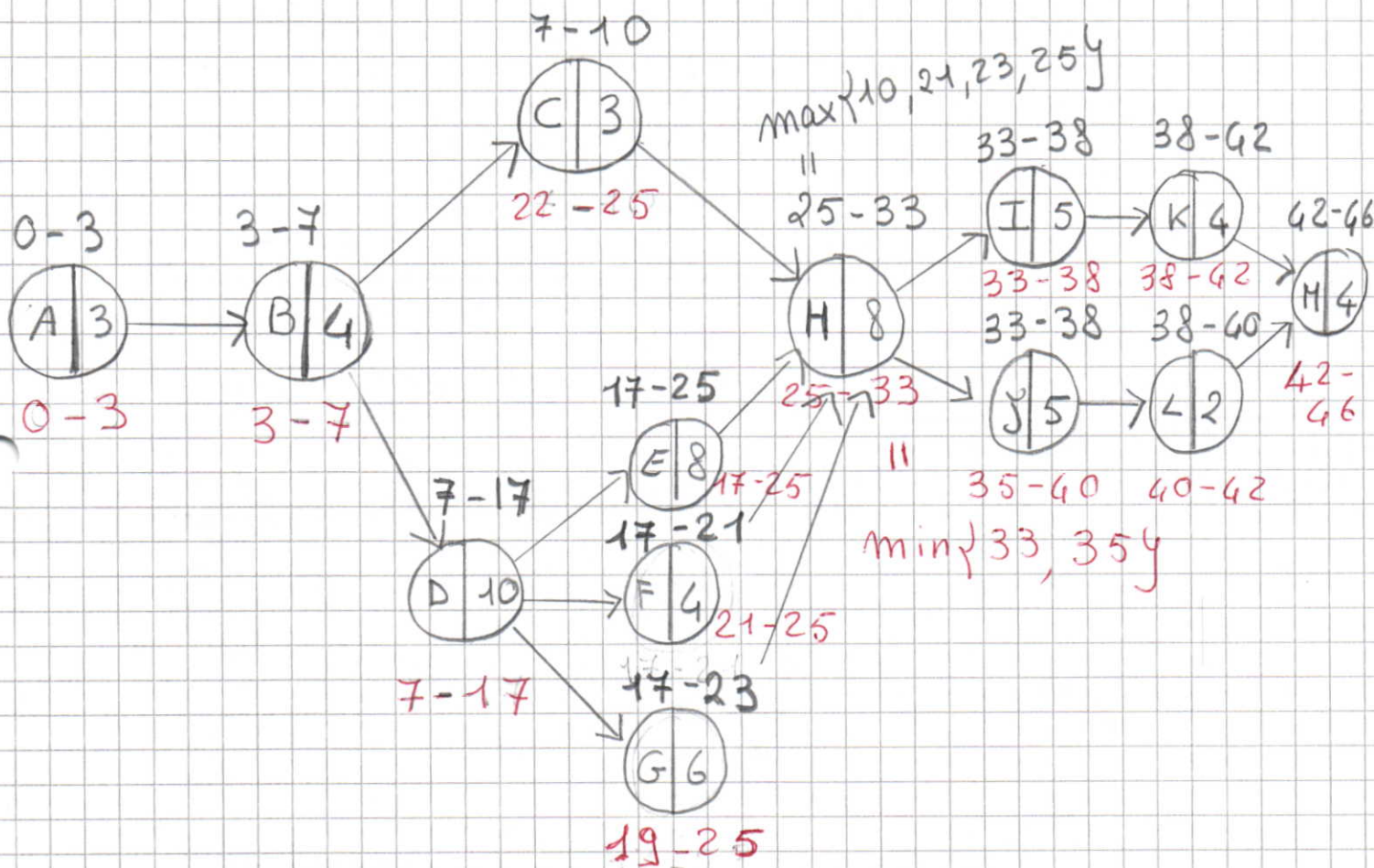
① Passo forward

EST_i : "primo" tempo di inizio per l'attività i

EFT_i : "primo" tempo di fine per l'attività i

"primo" = earliest (minimo)

$$EFT_i = EST_i + t_i \quad \forall i$$



$$EST_i - EFT_i$$



$\forall i$

$$LST_i - LFT_i$$

② Passo backward

LS_i : "ultimo" tempo di inizio per i

LF_i : "ultimo" tempo di fine per i
(senza rallentare l'intero progetto)

"ultimo" = late (massimo)

$$\boxed{LS_i = LF_i - t_i} \quad \forall i$$

NOTA : $LF_H = EF_H = 46$: sempre vero
per l'attività finale del progetto

③ Individuazione del cammino critico

Attività critiche : sono le attività per cui

$$ES_i = LS_i \quad (\text{equivalentemente } EF_i = LF_i)$$

cammino critico : (A, B, D, E, H, I, K, M)

durata (minima) dell'intero progetto :

$$EF_H = LF_H = 46$$

OSS : "Longest path" in grafo aciclico

Attività non critiche: sono caratterizzate da slack $\equiv$ quantità di tempo di cui il tempo d'inizio può essere ritardato senza ritardare l'intero progetto

$$\text{es } \text{Slack}_C = \text{LST}_C - \text{EST}_C = \text{LFT}_C - \text{EFT}_C = 15$$

NB: la proprietà vale solo se tutte le attività i che precedono es C iniziano al loro EST_i

Crash di un progetto

Spesso, il tempo richiesto per eseguire alcune attività può essere ridotto, o "crashed" (con risorse/costi aggiuntivi):

t_i : tempo "normale" dell'attività i

C_i : quantità di tempo di cui l'attività i può essere "crashed": variabile decisionale

$\forall i$

Trade-offs tra i costi di crashing e i benefici (esecuzione dell'intero progetto in minor tempo)?

Problema decisionale: determinare il minimo tempo di completamento del progetto (in seguito al crashing di alcune attività), purché $C_i \leq \text{upper-bound}_i \quad \forall i$

Un modello di Programmazione Lineare
(esempio Lightner Construction)

dati di input (oltre a $t_i, \forall i$)

attività	no max giorni crash
A	1
B	1
C	1
D	4
E	3
F	1
G	2
H	3
I	2
J	3
K	2
L	1

Variabili decisionali:

66

• $C_i \quad \forall i$

• T_i : tempo di inizio dell'attività i , $\forall i$

$$\text{Min } T_H + (E_H - C_H)$$

$$T_B \geq T_A + E_A - C_A$$

$$T_C \geq T_B + E_B - C_B$$

$$T_D \geq T_B + E_B - C_B$$

$\vdots$

< un vincolo per ogni arco della rete AON >

$$T_H \geq T_K + E_K - C_K$$

$$T_H \geq T_L + E_L - C_L$$

$$T_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$0 \leq C_i \leq n^{\circ} \text{ max giorni crash } s_i \quad \forall i$$

(es) $0 \leq C_A \leq 1$

$$0 \leq C_B \leq 1$$

$\vdots$

In pratica:

+ vincolo di budget!

Soluzione ottimale (pag. 726 C.T. Ragsdale):

il progetto può essere completato entro
28 giorni (anziché 46)

Il metodo PERT

Assunzione chiave : le durate delle attività costituenti il progetto non sono note con certezza, ma sono variabili casuali.

Informazioni richieste per ogni attività i :

- a_i : stima della durata di i nel caso più favorevole
- b_i : stima della durata di i nel caso più sfavorevole
- m_i : stima della durata più probabile di i

PERT usa tali valori per calcolare :

$$t_i = \frac{a_i + 4m_i + b_i}{6}$$

stima della
durata attesa
di i

$$v_i = \frac{(b_i - a_i)^2}{36}$$

stima della
varianza della
durata di i

$\forall i$

< delucidazioni
in (70) >

NB: Tali formule si basano

sull'assunzione che le variabili random che descrivono la durata delle attività seguano la distribuzione di probabilità Beta

Considerate la rete AON (come in CPM),

PERT associa ad ogni cammino P:

1) tempo atteso (medio): somma dei tempi attesi delle attività i (ovvero t_i) lungo P

2) varianza del tempo di completamento:

somma delle varianze associate alle attività i (ovvero v_i) lungo P:

↑ ipotesi: le variabili random associate alle attività i lungo P sono tra loro indipendenti

Quindi : PERT determina il cammino critico (come in CPM), inteso come il cammino in AON avente il massimo tempo di completamento atteso.

Tempo di completamento atteso e varianza del cammino critico determinato sono usati per :

- stimare la probabilità di completamento del progetto entro varie date
- aiutare nell'individuazione di scadenze per il completamento del progetto (↑ penali)

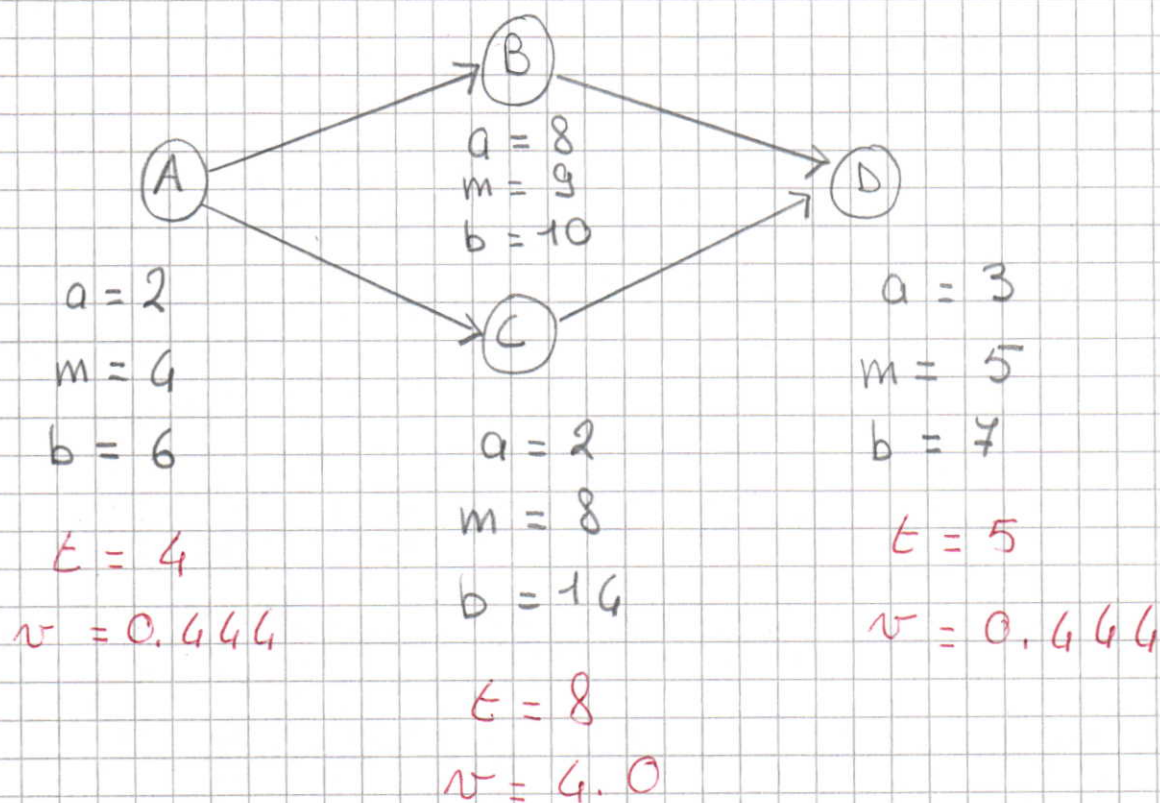
Deficienze di PERT

(68)

- 1) usualmente le durate delle attività (lungo un cammino) non sono variabili e sono tra loro indipendenti;
- 2) PERT si basa solo sul cammino critico (rispetto al tempo atteso) nel prendere decisioni, ma attività non sul cammino critico possono essere rischiose:

esempio

$$E = 9 \quad \sigma = 0,111$$

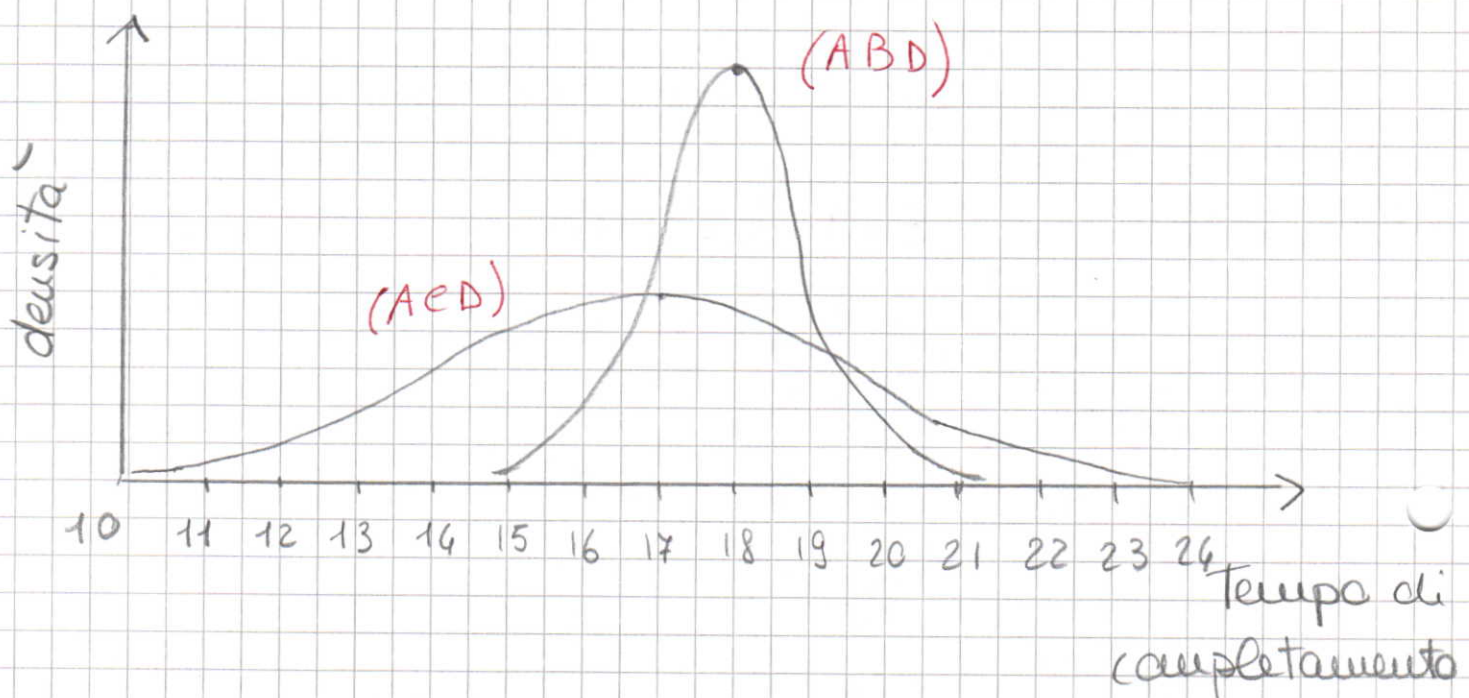


Solo due cammini in AON:

	(ABD)	(ACD)
Tempo atteso	18	17
varianza	1.0	4.889

↑
cammino critico per PERT

Distribuzione dei tempi di completamento dei due cammini



- Stando al cammino critico (ABD), l'intero progetto può essere completato "quasi certamente" entro $2 \pm$ unità di tempo.
- Stando al cammino (ACD), c'è buona probabilità che il progetto richiederà più

di 21 unità di tempo.

Quindi:

- qual è il cammino "veramente" critico?
- quali sono le attività più critiche?

PERT non è in grado di rispondere!



Simulazione

- generare $a_i, m_i, b_i \forall i$
(in accordo a una certa distribuzione di probabilità)

- eseguire PERT

< iterare es 100 volte >

- ricavare media e varianza del tempo di fine del progetto (mediante es EXCEL)
- ricavare informazioni probabilistiche circa il tempo di fine del progetto

esempio (esito della simulazione)
pag. 737

Tempo di fine del progetto

media	48.76
varianza	3.90
minimo	42.99
massimo	53.79

Se si assume che i tempi di fine seguano una distribuzione normale:

$$P\left(\underbrace{48.76 + \sqrt{3.90} \cdot X}_{N(48.76, \sqrt{3.90})} \leq \alpha\right) = 0.99$$

α si trova determinando il 99^{mo} percentile della distribuzione normale; $\alpha = 53.35$

Ovvero: nel 99% dei casi il progetto può essere concluso entro 53.35; può essere allora ragionevole fissare pari a 54

la deadline di completamento del progetto in esame!

Alcune delucidazioni riguardanti

70

$\{t_i\}$ e $\{v_i\}$ (PERT)

- 1) La distribuzione beta dipende da due parametri, α e β : le approssimazioni $\{t_i\}$ e $\{v_i\}$ (stima basata su tre punti) sono esatte solo per:

$$\alpha = 3 - \sqrt{2} \quad \text{e} \quad \beta = 3 + \sqrt{2} \quad \text{o viceversa}$$

(Gueppes & Frank, 1962)

- 2) In pratica: nell'ipotesi che

$$a_i = \text{media}_i - 3 \sigma_i \quad \forall i$$

$$b_i = \text{media}_i + 3 \sigma_i$$

con media_i e σ_i media e deviazione standard della distribuzione relativa a i , allora

$$\frac{(b_i - a_i)}{6} = \frac{6 \sigma_i}{6} = \sigma_i, \text{ da cui}$$

$$v_i = \sigma_i^2 = \frac{(b_i - a_i)^2}{36}$$

OSS: sotto tale ipotesi

$$\begin{aligned} t_i &= \frac{a_i + b_i + 4m_i}{6} = \frac{\text{media}_i - \cancel{3G_i} + \text{media}_i +}{6} \\ &\quad + \frac{\cancel{3G_i} + 4m_i}{6} = \frac{2 \text{ media}_i + 4m_i}{6} \end{aligned}$$

ovvero

$$6 t_i = 2 \text{ media}_i + 4m_i$$

ovvero $t_i = \text{media}_i$ se $m_i = \text{media}_i \quad \forall i$