

16/04/2008

**Esercizio 1. (8 punti)** Si consideri l'insieme  $F(2, 3, 1, 2)$ .

- (a) Calcolare il più piccolo elemento positivo  $\omega$  di  $F$ . Calcolare la distanza  $\delta_1$  (ossia il valore assoluto della differenza) tra  $\omega$  e l'elemento di  $F$  immediatamente successivo.
- (b) Calcolare il più grande elemento positivo  $\Omega$  di  $F$ . Calcolare la distanza  $\delta_2$  tra  $\Omega$  e l'elemento di  $F$  immediatamente precedente.
- (c) Calcolare il numero di elementi *positivi* di  $F$ . Calcolare quale sarebbe la distanza  $\delta_3$  fra gli elementi positivi di  $F$  se fossero equidistanti tra  $\omega$  e  $\Omega$ .
- (d) Quale caratteristica di  $F$  rendeva prevedibile che  $\delta_1 < \delta_3 < \delta_2$ ?

**Esercizio 2. (8 punti)** Sia  $\alpha \in \mathbf{R}$  e si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 0 & 1 \\ 4\alpha & 1 & 0 \\ \alpha & \alpha & -3 \end{bmatrix}$$

- (a) Quali sono gli autovalori di  $A$  per  $\alpha = 0$ ?
- (b) Si determini il valore di  $\alpha$  per cui il vettore  $e$  di componenti tutte uguali a 1 risulta autovettore di  $A$ .
- (c) Per tale  $\alpha$  si calcolino i rimanenti autovalori e autovettori. (Suggerimento:  $P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3)$ ).

**Esercizio 3. (7 punti)** Supponendo definita una funzione  $f(x)$  e assegnato un intervallo  $(0, a)$ , si scriva uno **script** Matlab che verifichi se  $f(x)$  risulta crescente nell'intervallo confrontando  $f(x_{i+1})$  e  $f(x_i)$  per  $x_i = (i - 1)a/1000$ ,  $i = 1, 2, \dots, 1001$ . In caso positivo si calcoli la massima differenza  $f(x_{i+1}) - f(x_i)$ . (Suggerimento: si ricorda che per valutare una funzione  $f(x)$  nel punto  $x_i$  si può utilizzare il comando Matlab **feval**( $f, x_i$ )).

**Esercizio 4. (7 punti)** Si scriva una funzione Matlab che preso un intero  $n$  in ingresso costruisce una matrice quadrata  $n \times n$  i cui elementi sono dati da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2 & \text{se } i = j, \\ -1 & \text{se } |i - j| = 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$