

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2019/20)

Nome:

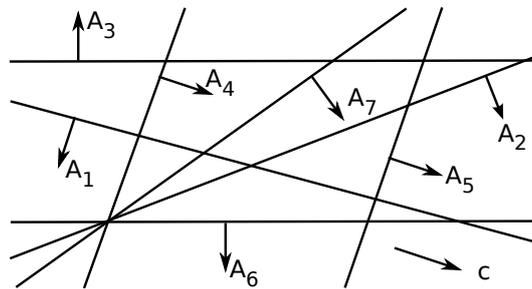
Cognome:

Matricola:

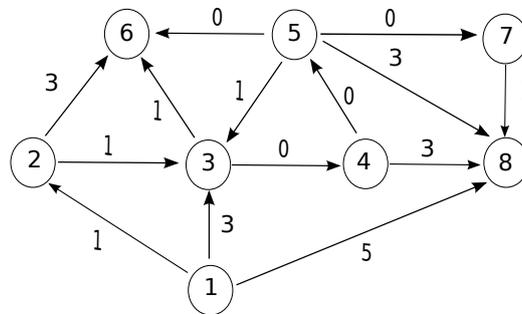
1) Si consideri il problema di *PL* riportato a lato, parametrico in ε : *i*) si individui l'insieme di tutti i valori di ε per cui la base $B = \{3, 4\}$ è ottima; *ii*) si risolva il problema dato, a partire dalla base $B = \{3, 4\}$, per $\varepsilon = 3$, utilizzando l'algoritmo del Simpleso appropriato. Giustificare algebricamente le risposte date.

$$\begin{aligned} \max \quad & (2 - \varepsilon)x_1 + x_2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1 \leq 2 \end{aligned}$$

2) Si risolva il problema di *PL* in figura, per via geometrica, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base $B = \{5, 6\}$. Si noti che c , A_4 e A_5 sono collineari tra loro, come pure A_3 e A_6 . Per ogni iterazione si indichino: la base, la soluzione di base primale (in figura), l'indice entrante k , il segno delle componenti dei vettori \bar{y}_B e η_B , e l'indice uscente h . Si discuta inoltre l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base determinate. Giustificare tutte le risposte.



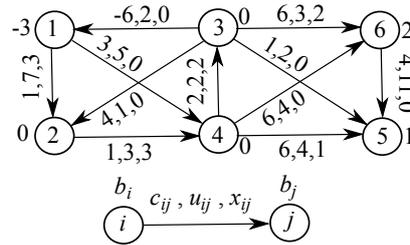
3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura.



Si utilizzi l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.

Si consideri quindi lo scenario in cui l'arco $(5, 3)$ cambia orientamento e costo, diventando l'arco $(3, 5)$, di costo -1 . Si discuta se l'albero individuato al passo precedente continui a essere un albero dei cammini minimi di radice 1 anche nel nuovo scenario. In caso contrario, si indichi quale sia l'algoritmo più adeguato per individuare un albero dei cammini minimi a partire dall'albero precedentemente trovato. Giustificare tutte le risposte.

4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 28$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.



5) Si consideri il seguente modello matematico:

$$\begin{aligned} \max \quad & \min\{2x_1 - x_2 + x_3, -x_1 + x_2 + 3x_3\} \\ & x_1, x_3 \in \{0, 1\} \\ & x_1 = 1 \implies x_2 \in \{3, 5, 8\} \\ & x_1 = 0 \implies x_2 = 0 \\ & x_1 = 1 \text{ and } x_3 = 1 \implies x_2 = 5 \end{aligned}$$

Utilizzando le tecniche di modellazione apprese durante il corso, lo si formuli come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI). Giustificare le risposte.

6) Si applichi all'istanza di TSP in figura un algoritmo Branch and Bound che usa MS1T come rilassamento, non usa euristiche, ed effettua il branching selezionando il nodo con il più piccolo valore $r > 2$ di archi dell'MS1T in esso incidenti (a parità di tale valore, quello con indice minimo), e creando $r(r - 1)/2$ figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a $r - 2$ di tali archi. Per ogni nodo dell'albero si riportino la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore; si indichi poi se, e come, viene effettuato il branching o se il nodo viene chiuso e perché. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi Q come una fila, e si inseriscano in coda i figli di ogni nodo in ordine lessicografico crescente rispetto all'insieme di archi fissati a zero (ad esempio, se si seleziona il nodo 2, e si fissano a zero le variabili corrispondenti agli archi (2, 1) e (2, 3), il figlio corrispondente a (2, 1) è inserito in coda prima del figlio corrispondente a (2, 3)). Giustificare tutte le risposte.

