

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2018/19)**Nome:****Cognome:****Matricola:**

1) Si consideri il seguente problema di P.L.:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & -x_1 & + & x_2 \\
 & & & 2x_2 \leq 8 \\
 & -x_1 & & \leq 0 \\
 & -x_1 & - & x_2 \leq -4 \\
 & x_1 & + & 2x_2 \leq 2
 \end{array}$$

Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte.

Si indichi poi come cambierebbe la risposta finale qualora il costo di x_1 diventasse 1 e il costo di x_2 diventasse 2, giustificando la risposta.

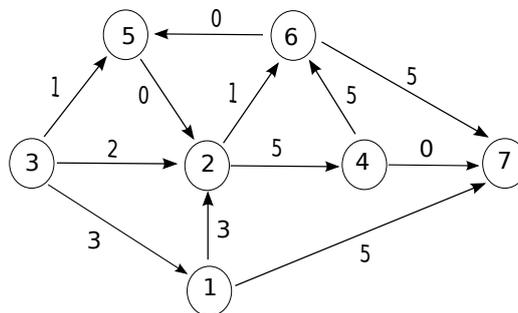
2) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & -x_1 & + & x_2 \\
 & x_1 & + & 2x_2 \leq 5 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq 1 \\
 & & & -x_2 \leq 0 \\
 & -x_1 & & \leq 0
 \end{array}$$

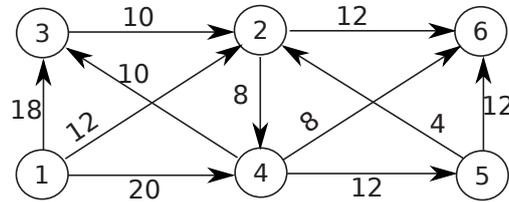
Si verifichi se la soluzione $\bar{x} = [0, 1]$ sia ottima per il problema. Inoltre, si specifichi se \bar{x} sia una soluzione di base, discutendone l'eventuale degenerazione. Infine, nel caso \bar{x} sia ottima, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 3 sul grafo in figura utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato.

Nel caso in cui l'arco $(6, 5)$ cambiasse orientamento, ovvero diventasse $(5, 6)$, e il suo costo fosse un parametro reale ϵ , per quali valori di tale parametro l'albero individuato continuerebbe ad essere un albero dei cammini minimi di radice 3? E per quali valori di ϵ tale albero sarebbe l'unico albero dei cammini minimi di radice 3? Giustificare le risposte.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo sorgente 1 al nodo destinazione 6, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità. Come cambierebbe il valore del flusso massimo se l'arco (1,2) avesse capacità 13? Giustificare le risposte.



5) Si enunci e si dimostri il Teorema Forte della Dualità.

6) Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare Intera:

$$\begin{array}{rcccccc}
 - \min & -8x_1 & -15x_2 & -7x_3 & -4x_4 & -x_5 & -2x_6 \\
 & -3x_1 & -5x_2 & -3x_3 & -3x_4 & -2x_5 & -2x_6 \geq -15 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_6 \in \{0, 1\}
 \end{array}$$

Lo si formuli come problema di zaino binario, e quindi lo si risolva mediante l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi inoltre se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.

Si discuta infine se la soluzione ottima determinata resterebbe ottima anche nel caso di capacità dello zaino pari a 14, giustificando la risposta.