# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2016/17)

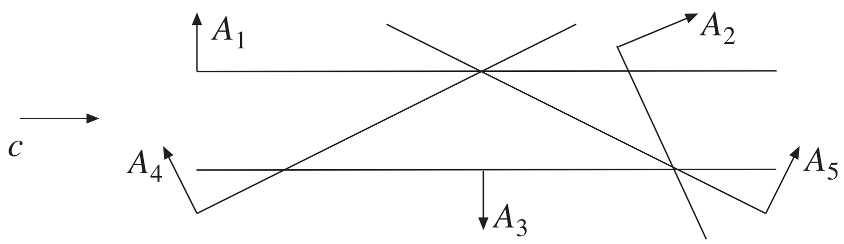
## Nome: Cognome: Matricola:

**1)** Si consideri il seguente problema di PL:

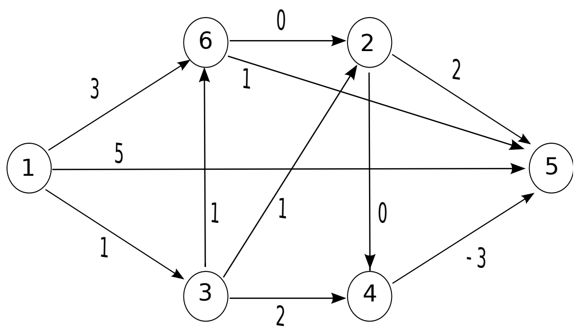
$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & x_1 & + & x_2 & & \\
 & & & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq & 10 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & -2
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante $k$, il vettore $\eta_B$, il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente $h$, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica, giustificando la risposta.

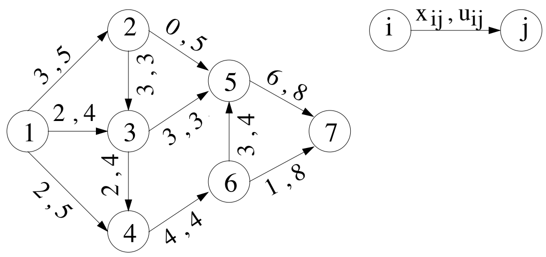
**2)** Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simplesso Primale, il problema di $PL$ in figura a partire dalla base $B = \{3, 4\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base $\bar{x}$ e la direzione di spostamento $\xi$ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo.




**3)** Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato $u$, i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati $Q$ (se utilizzato). Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Si discuta infine se l'albero individuato sia l'unico albero dei cammini minimi di radice 1.



**4)** Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato in figura, di valore $v = 7$. Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi $N_s$, l'insieme dei nodi $N_t$ e la capacità del taglio. Diminuendo la capacità dell'arco $(2, 5)$ di una unità, di quanto diminuisce il valore del flusso massimo? Giustificare la risposta.




**5)** Si enunci e si dimostri il Teorema Forte della Dualità.

**6)** Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{array}{lrrrrrrcl} \max & 3x_1 & +5x_2 & +10x_3 & +5x_4 & +10x_5 & +x_6 & & \\ & 3x_1 & +4x_2 & +6x_3 & +2x_4 & +3x_5 & +2x_6 & \leq & 7 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_5 & \in & \{0,1\} \end{array}$$

l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Si esaminino solamente i primi tre livelli dell'albero delle decisioni (la radice conta come un livello). Al termine si indichi se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore ed inferiore disponibili al momento in cui l'esplorazione viene interrotta.