

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2016/17)**Nome:****Cognome:****Matricola:**

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & & 2x_2 & \\
 & & x_2 & \leq 0 \\
 -x_1 & - & x_2 & \leq 5 \\
 -2x_1 & + & x_2 & \leq -2 \\
 x_1 & + & x_2 & \leq 1 \\
 x_1 & & & \leq 4 \\
 x_1 & & & \leq -1
 \end{array}$$

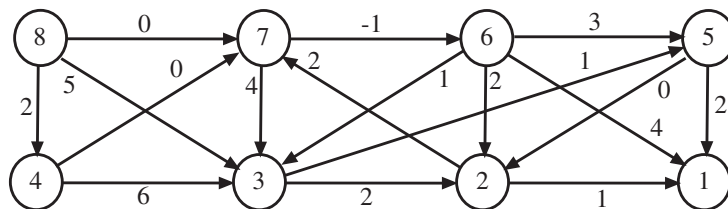
Si applichi l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h , giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, giustificando la risposta.

2) Si consideri il seguente problema di PL

$$\begin{array}{rcll}
 \max & 2x_1 & - & x_2 \\
 -x_1 & - & x_2 & \leq -4 \\
 x_1 & & & \leq 4 \\
 x_1 & + & x_2 & \leq 6 \\
 & & x_2 & \leq 4
 \end{array}$$

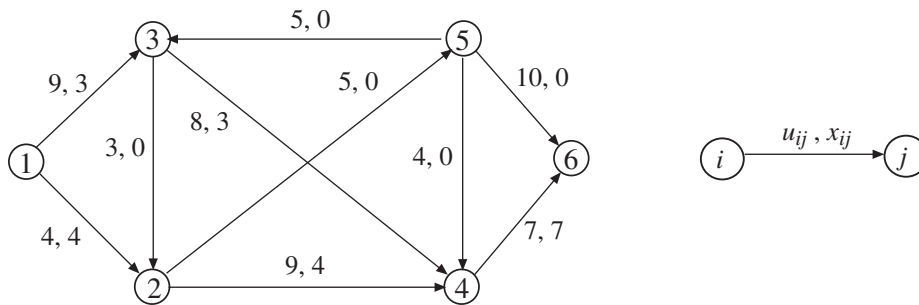
e la corrispondente soluzione $\bar{x} = [3, 3]$. Utilizzando il teorema degli scarti complementari si verifichi se \bar{x} sia una soluzione ottima, giustificando la risposta.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura

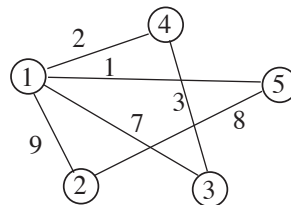


utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, l'insieme dei nodi candidati Q ; durante l'algoritmo, si visitino gli archi della stella uscente di u in ordine crescente del nodo testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione trovata è unica? Giustificare la risposta.

4) Si risolva il problema di flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6, per l'istanza in figura, partendo dal flusso ammissibile x dato e utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Per ogni iterazione si riportino il flusso x , il suo valore v e l'albero della visita, indicando il cammino aumentante individuato e la sua capacità θ . Al termine si specifichi il taglio di capacità minima determinato dall'algoritmo con la relativa capacità. Durante la visita del grafo residuo, si esaminino gli archi della stella uscente del nodo visitato per ordine di nodo testa crescente. Come cambierebbero il flusso massimo e il taglio di capacità minima se si diminuisse la capacità dell'arco $(1, 3)$, rendendola pari a 8? Giustificare la risposta.



5) Si formuli il problema del Commesso Viaggiatore (TSP), relativamente all'istanza in figura, in termini di Programmazione Lineare Intera. Giustificare la correttezza della formulazione proposta.



6) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 5x_4 + 10x_5 + x_6 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 7 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Si esaminino solamente i primi tre livelli dell'albero delle decisioni (la radice conta come un livello). Al termine si indichi se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore ed inferiore disponibili al momento in cui l'esplorazione viene interrotta.