

# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2016/17)

Nome:

Cognome:

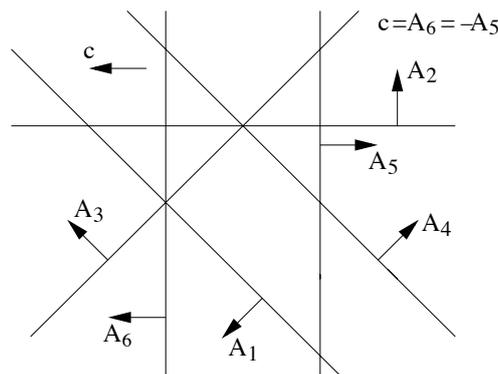
Matricola:

1) Si risolva il seguente problema di PL

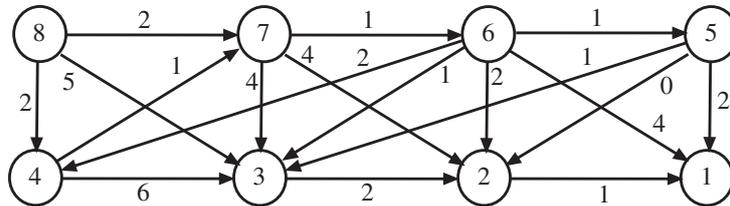
$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 - 4x_2 \\
 & x_1 - x_2 \leq -2 \\
 & x_1 \leq 4 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & x_2 \leq 6 \\
 & -2x_1 + x_2 \leq -1
 \end{aligned}$$

per via algebrica, mediante l’algoritmo del Simpleso Primale a partire dalla base  $B = \{2, 4\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’eventuale degenerazione primale e duale della base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l’indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito: *i*) si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica; *ii*) si determini l’insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare le risposte.

2) Si risolva geometricamente, per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base  $B = \{4, 5\}$ . Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione di base primale e la direzione di spostamento (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si consideri quindi il caso in cui  $c = A_1$ : la soluzione ottima trovata in precedenza resta tale? Qual è, in questo caso, l’insieme di tutte le soluzioni ottime del problema primale? Giustificare le risposte.



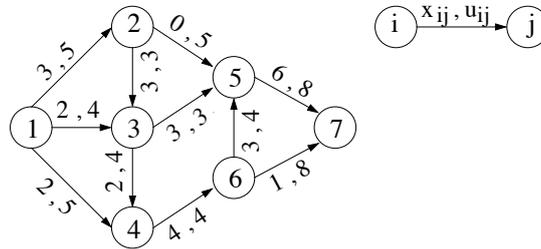
3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura



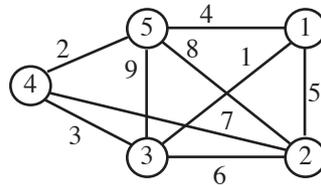
utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati  $Q$ . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato.

*i*) La soluzione ottima trovata è unica? *ii*) Quale sarebbe l’esito di risoluzione del problema di cammino minimo se l’arco  $(6, 4)$  costasse  $-3$  (invece che  $2$ )? Giustificare le risposte.

4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso dato, di valore  $v = 7$ . Per ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, ed il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio. Se si diminuisce la capacità dell'arco (2, 5) di una unità, di quanto diminuirebbe il valore del flusso massimo? Giustificare la risposta.



5) Si consideri l'istanza del problema TSP in figura. Si fornisca sia una valutazione inferiore del suo valore ottimo, mediante il rilassamento MS1T, che una valutazione superiore, mediante l'algoritmo euristico *nearest neighborhood*, eseguendo tale algoritmo a partire dal nodo 1. Alla fine si specifichi l'intervallo di appartenenza del valore ottimo individuato mediante le due valutazioni.



6) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 5x_4 + 9x_5 + x_6 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 2x_6 \leq 7 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Si esaminino solamente i primi tre livelli dell'albero delle decisioni (la radice conta come un livello). Al termine si indichi se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore ed inferiore disponibili al momento in cui l'esplorazione viene interrotta.