

# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2014/15)

Nome:

Cognome:

Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 - x_2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq -4 \\
 & x_1 \leq 4 \\
 & x_1 + x_2 \leq 6 \\
 & x_2 \leq 4
 \end{aligned}$$

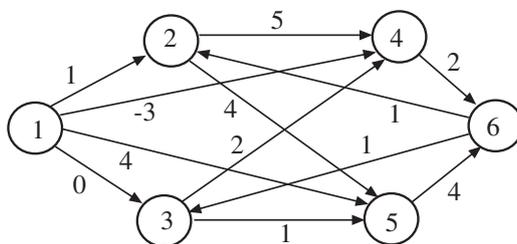
e la corrispondente soluzione  $\bar{x} = [3, 3]$ . Utilizzando il teorema degli scarti complementari si verifichi se  $\bar{x}$  sia una soluzione ottima, giustificando la risposta.

2) Si risolva il seguente problema di PL

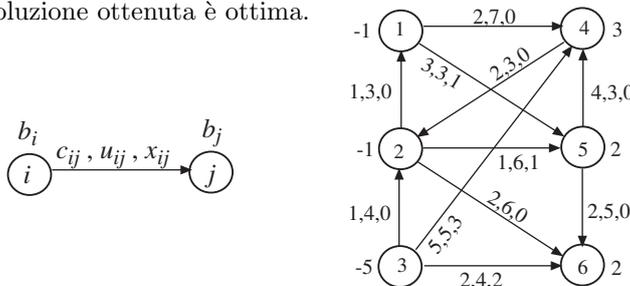
$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_2 \\
 & 3x_1 - 2x_2 \leq 2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & 2x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & x_1 - x_2 \leq 1
 \end{aligned}$$

utilizzando l’algoritmo del Simplexso Primale, per via algebrica, a partire dalla base  $B = \{2, 4\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l’indice entrante, giustificando le risposte.

3) Si risolva il problema dell’albero dei cammini minimi di radice 1, per l’istanza in figura, utilizzando l’algoritmo SPT.S. Per ogni iterazione si indichino l’insieme  $Q$  all’inizio dell’iterazione, il nodo  $u$  estratto da  $Q$  e i valori delle etichette e dei predecessori dei nodi. Alla fine si riporti l’albero individuato.



4) Si risolva il problema di Flusso di Costo Minimo, relativamente all’istanza in figura, utilizzando l’algoritmo basato su cancellazione di cicli a partire dalla soluzione ammissibile indicata di costo  $cx = 23$ . Per ogni iterazione si mostri il ciclo determinato con il relativo verso, costo e capacità, e si indichi il flusso individuato con il corrispondente costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.



5) Casciana Jones, famoso avventuriero/archeologo, si trova davanti alla porta della camera del tesoro in una piramide Tolteca. Sulla porta ci sono quattro leve: la prima è contrassegnata dal sole, la seconda dalla luna, la terza da una montagna e la quarta da un fiume. Sulla porta sono presenti le seguenti oscure iscrizioni:

- il sole e la luna non possono risplendere insieme;
- il fiume può scorrere solamente se almeno uno tra il sole e la luna risplendono;
- quando la montagna trema ed il fiume scorre, il sole non può risplendere;
- solo quando la montagna trema ed il fiume scorre potrai rimirare “l’occhio di Quezalcotl”.

Casciana intuisce che spostare la leva del sole e della luna verso l’alto li fa “risplendere”, spostare la leva del fiume verso l’alto lo fa “scorrere” e spostare la leva della montagna verso l’alto la fa “tremare”. Deve quindi determinare la giusta posizione delle quattro leve per poter vedere “l’occhio di Quezalcotl” (uno smeraldo di circa 4Kg). Casciana non è mai stato bravo con la logica, ma ha studiato Ricerca Operativa ed ha sul suo cellulare un solutore di problemi di *PLI*. Si descriva il problema di *PLI* che Casciana deve risolvere per determinare la posizione giusta delle quattro leve.

6) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{array}{rcccccl} \max & 8x_1 & +9x_2 & +4x_3 & +2x_4 & +2x_5 & & & & & \\ & 7x_1 & +9x_2 & +5x_3 & +4x_4 & +7x_5 & \leq & 12 & & & \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0, 1\} & & & \end{array}$$

mediante l’algoritmo Branch&Bound che usa il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l’euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l’albero di enumerazione in modo depth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello corrispondente a fissare la variabile frazionaria a 0. Per ogni nodo dell’albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall’euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore; si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, oppure se il nodo viene chiuso e perché. Si esaminino solamente i primi tre livelli (compresa la radice) dell’albero di enumerazione, ossia si fissino al più due variabili. Al termine si discuta se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore ed inferiore disponibili al momento in cui l’esplorazione è stata interrotta.