LMB - Informatica - Alcune soluzioni

2.5.3.2 Dimostrare sia con i diagrammi di Eulero-Venn che per sostituzione che comunque si scelgano tre insiemi A, B e C si ha $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Soluzione:

$$
\begin{array}{ll}
 & A \setminus (B \cup C) \\
= & \quad \{ \text{ (differenza) } \} \\
 & A \cap \underline{\overline{(B \cup C)}} \\
= & \quad \{ \text{ (De Morgan) } \} \\
 & \underline{A} \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\
= & \quad \{ \text{ (idempotenza), al contrario } \} \\
 & (A \cap A) \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\
= & \quad \{ \text{ (associatività), al contrario } \} \\
 & A \cap \underline{(A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}))} \\
= & \quad \{ \text{ (associatività) } \} \\
 & A \cap (\underline{(A \cap \overline{B})} \cap \overline{C}) \\
= & \quad \{ \text{ (commutatività) } \} \\
 & A \cap \underline{((\overline{B} \cap A) \cap \overline{C})} \\
= & \quad \{ \text{ (associatività) } \} \\
 & A \cap (\overline{B} \cap (A \cap \overline{C})) \\
= & \quad \{ \text{ (associatività) } \} \\
 & \underline{(A \cap \overline{B})} \cap \underline{(A \cap \overline{C})} \\
= & \quad \{ \text{ (differenza), due volte } \} \\
 & (A \setminus B) \cap (A \setminus C)
\end{array}
$$

Soluzione semplificata:

$$
\begin{array}{ll}
 & A \setminus (B \cup C) \\
= & \quad \{ \text{ (differenza) } \} \\
 & A \cap \underline{\overline{(B \cup C)}} \\
= & \quad \{ \text{ (De Morgan) } \} \\
 & \underline{A} \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\
= & \quad \{ \text{ (idempotenza), al contrario } \} \\
 & (A \cap A) \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\
= & \quad \{ \text{ (associatività), alcune volte, e (commutatività) } \} \\
 & \underline{(A \cap \overline{B})} \cap \underline{(A \cap \overline{C})} \\
= & \quad \{ \text{ (differenza), due volte } \} \\
 & (A \setminus B) \cap (A \setminus C)
\end{array}
$$