

# DFS(G) *G è orientato* Visita di un grafo in ordine

## DFS

```

per ogni  $u \in G$  {
   $u.colore = bianco$ 
   $u.\pi = NIL$ 
}
time = 0
per ogni  $u \in G$  {
  if  $u.colore = bianco$  DFS_Visit(G)
}

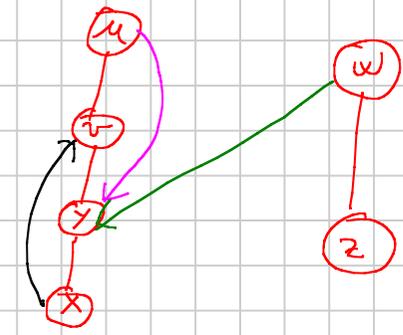
```

```

 $u.\pi = predecessore$ 
 $u.d = tempo\ di\ inizio$ 
 $u.f = tempo\ di\ fine\ visita$ 
DFS_Visit(G)

```

## Foresta DFS

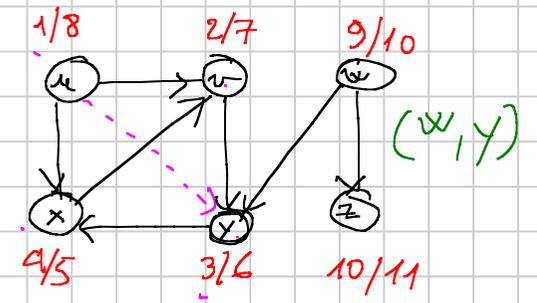


### DFS\_Visit(G, u):

```

time = time + 1;
u.d = time; u.colore = grigio;
per ogni  $v \in Adj(u)$  {
  if (colore == bianco) {
     $v.\pi = u$ ; DFS_Visit(G, v);
    print(u, v) arco della foresta;
  }
  if (colore == grigio) print(u, v) arco all'indietro;
  else if u.d < v.d print(u, v) arco in avanti;
  else print(u, v) arco trasversale;
}
u.colore = nero;
u.f = time;
time = time + 1;

```



# grafi orientati

- Forest 1) archi della foresta DFS :  $(u, v)$   $u$  è pred. di  $v$  nelle DFS ;
  - Back 2) archi all'indietro ;  $(u, v)$  :  $u$  è antenato di  $v$  ;
  - Forward 3) archi in avanti ;  $(u, v)$  e  $v$  è antenato di  $u$
  - Crossing 4) archi trasversali :  $(u, v)$   $u$  non è antenato né discendente
- } nelle DFS

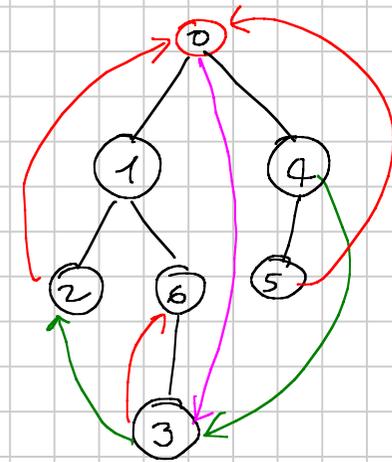
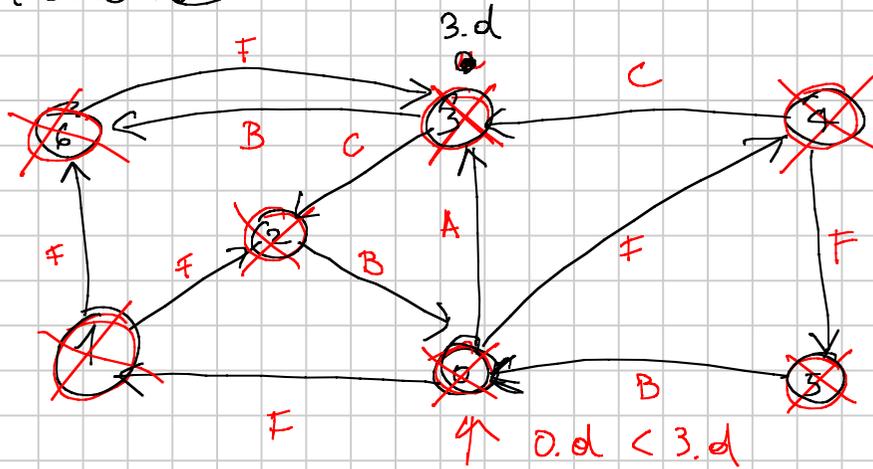
- 1)  $v$  è bianco
  - 2)  $v$  è grigio
  - 3)  $v$  è nero
  - 4)  $v$  è nero
- } grafi non orientati caso 1) e 2)
- se  $u.d < v.d$  allora  $(u, v)$  in avanti  
se  $u.d > v.d$  allora  $(u, v)$  trasversale

G Aciclico? non ha archi all'indietro.

Contare le componenti connesse con la BFS?

DFS di un grafo orientato che stampa gli archi e assegna loro l'etichetta

- A: avanti
- B: indietro
- F: foreste
- C: altro
- BFS:



foreste DFS

# DAG

Directed acyclic graph  
grafo aciclico orientato



non è un ciclo

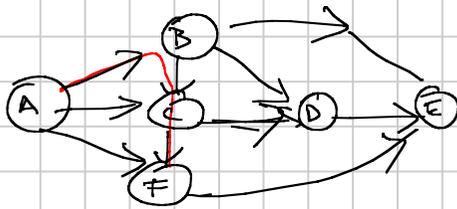


A B C F D E

ordinamento topologico

A B C D F E

sorgente



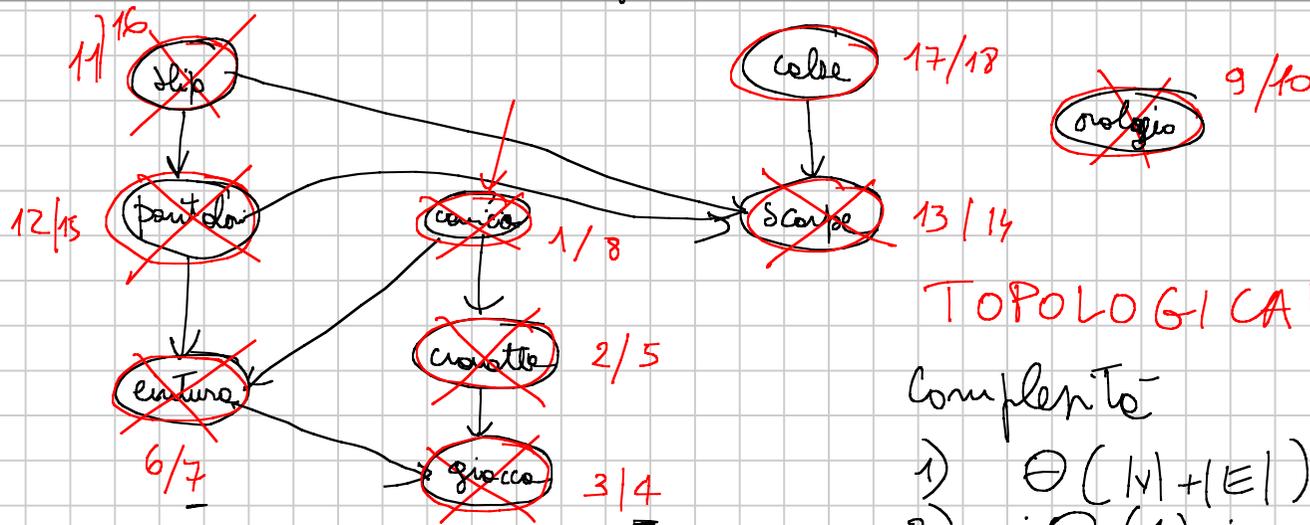
pozzo

grafi serie / parallelo

Topological Sort = ordinamento completo dei vertici

GRADO = DAG

operazioni necessarie a vestirsi:



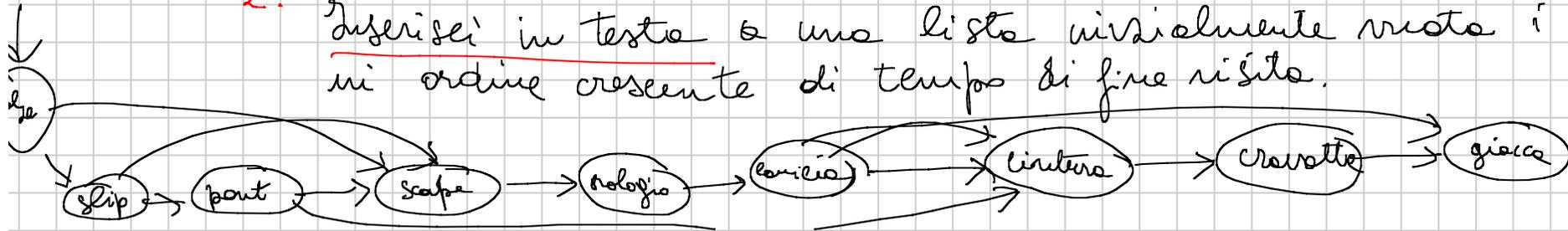
### TOPOLOGICAL SORT

Complexità

- 1)  $\Theta(|V| + |E|) = \Theta(n + m)$
- 2)  $\Theta(1)$

1. DFS (G) a partire da una sorgente per cui i tempi di fine visita di ciascun vertice v.f
- 2.

Inserisci in testa a una lista inizialmente vuota i vertici in ordine crescente di tempo di fine visita.



G orientato

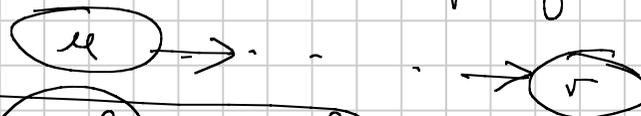
Lemma G è aciclico se non ha archi all'indietro



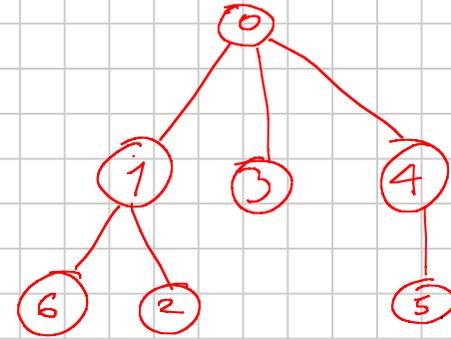
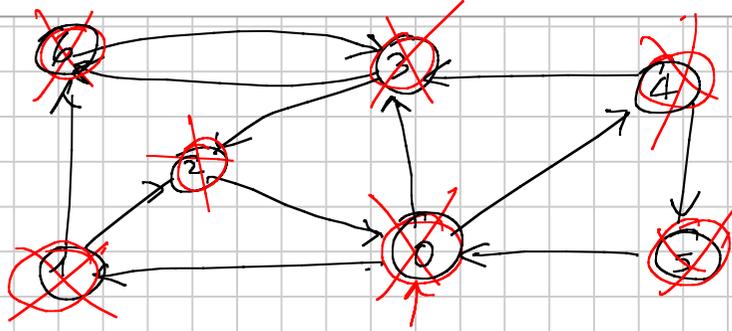
durante la visita non si incontrano vertici grigi

TOPOLOGICAL\_SORT(G) modifica di DFS che costruisce la sequenza di ordine topologico è corretta.

se esiste un arco  $(u, v) \in G \Rightarrow (v.f) < (u.f)$



quando v è esaminato dalla DFS v è bianco o nero.  
(non può essere grigio per il lemma) u pred di v e maggior regione



Alb.  
BFS

BFS: 0, 1, 3, 4, 6, 2, 5

- <sup>Alb</sup>  
(0, 1)
- <sup>Alb</sup>  
(0, 3)
- <sup>Alb</sup>  
(0, 4)
- <sup>Alb</sup>  
(1, 6)
- <sup>Alb</sup>  
(1, 2)
- <sup>B</sup>  
(3, 6)
- <sup>B</sup>  
(3, 2)
- <sup>B</sup>  
(2, 0)
- <sup>Alb</sup>  
(4, 5)
- <sup>B</sup>  
(4, 3)
- <sup>B</sup>  
(5, 0)