

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO

Esame del 9 settembre 2011

Cognome Nome:

N. Matricola:

Corso: A B

**Esercizio 1.** ( $4+3+3$  punti) Si consideri la seguente variante del dizionario basato su tabella hash. Oltre alla tabella hash  $T$  a liste concatenate, gestita mediante una funzione hash  $H$ , viene utilizzato un vettore di appoggio  $V$  di  $p$  posizioni. La ricerca di una chiave  $k$  si svolge nel seguente modo: prima  $k$  viene cercata in  $V$  e, se appare nell' $i$ -esima posizione di  $V$ , viene spostata in testa facendo così slittare in avanti tutti gli elementi delle prime  $i - 1$  posizioni di  $V$ . Se invece  $k$  non viene trovata in  $V$ , allora si effettua la normale ricerca in  $T$  usando  $H$ : se la chiave appare in  $T$ , allora viene copiata in testa a  $V$ , facendo slittare in avanti tutti gli elementi di  $V$  (notare che, se  $V$  è pieno, l'ultimo elemento viene automaticamente scartato in questo modo); se non viene trovata neanche in  $T$ , allora la ricerca termina con fallimento.

1. Scrivere lo pseudocodice che realizza la suddetta operazione di ricerca.
2. Mostrare un esempio con chiavi numeriche, in cui la suddetta operazione effettua *meno* confronti della ricerca standard su tabella hash a liste concatenate (che utilizza solo  $T$  e  $H$ ).
3. Mostrare un esempio con chiavi numeriche, in cui la suddetta operazione effettua *più* confronti della ricerca standard su tabella hash a liste concatenate (che utilizza solo  $T$  e  $H$ ).

**Esercizio 2.** ( $7+3$  punti) Si consideri un albero ternario, in cui ciascun nodo ha tre puntatori (sinistra **sx**, centro **cx** e destra **dx**) e un campo **chiave** numerico.

1. Scrivere un algoritmo ricorsivo che richiede tempo lineare nel numero di nodi per restituire il puntatore al nodo  $u$  tale che la somma delle chiavi discendenti dal figlio sinistro e di quelle discendenti dal figlio destro di  $u$ , sia minore della somma delle chiavi discendenti dal figlio centrale di  $u$ .
2. Motivare la correttezza e la complessità dell'algoritmo proposto.

**Esercizio 3.** ( $7+3$  punti) Sia dato un grafo connesso, non orientato e non pesato  $G = (V, E)$ . Si definisca  $N(u, k)$  come il numero di vertici in  $V$  che sono a distanza al più  $k$  da  $u \in V$  (dove la distanza tra due vertici  $x, y \in V$  è il minimo numero di archi in  $E$  che sono attraversati per andare da  $x$  a  $y$ ).

1. Progettare un algoritmo che ricevuto in ingresso  $G$  e  $k$ , trova tutti i vertici  $u \in V$  per cui  $N(u, k)$  è massimo.
2. Motivare la correttezza e la complessità dell'algoritmo proposto.

**Esercizio 3 bis [per studenti della classe 26].** ( $3+7$  punti) Dimostrare che la complessità al caso pessimo del Quicksort è  $O(n^2)$  tempo e che la sua complessità al caso medio è  $O(n \log n)$  tempo (volendo, si può considerare la versione randomizzata del Quicksort).