008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO
Appello del 5 settembre 2017

Cognome Nome: **N. Matricola:** **Corso: A B**

Esercizio 1. [3+5 punti]
Data la seguente funzione ricorsiva

```
foo( n )
{
   if ( n <= 1 )  return 5;
    else if ( n % 2 == 1 )  return 1+foo( n-1 );
       else return 2+foo( n/2 );
}
```

1. Simulare il suo funzionamento sul valore $n = 19$.
2. Calcolare la complessità in tempo al caso pessimo risolvendo la relativa equazione di ricorrenza.

Esercizio 2. [6+2 punti]
Dato un albero binario T in cui ogni nodo contiene un intero positivo, diciamo che la *media* di un sottoalbero non vuoto è la somma degli interi contenuti nei suoi nodi diviso il numero di tali nodi; se il sottoalbero è vuoto, la media si assume essere pari a zero.

Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo ricorsivo che, preso in ingresso la radice di T, restituisce la radice del sottoalbero la cui media è massima rispetto a quella degli altri sottoalberi, e se ne valuti la complessità in tempo al caso pessimo. (Si assuma che il sottoalbero di media massima è unico.)

Esercizio 3. [6+2 punti]
Dato un grafo non orientato e connesso $G = (V, E)$, un arco (u, v) è un *ponte* se la sua rimozione divide il grafo in due componenti connesse. Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo che trova, se esiste, un ponte in G, e se ne valuti la complessità in tempo al caso pessimo.

Esercizio 4. [4+2 punti]
Il problema *exact cover* richiede di stabilire se, data una collezione di insiemi $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \ldots, S_m\}$ ciascuno sottoinsieme dell'intervallo $[1, n]$ dei primi n interi positivi, esiste una famiglia di sottoinsiemi di $\mathcal{S}$, a due a due disgiunti e tali che la loro unione è uguale a tutto l'intervallo $[1, n]$.

Scrivere lo pseudo-codice di una procedura che verifica se una data famiglia di insiemi $\mathcal{S}^* \subseteq \mathcal{S}$ è un exact cover per $[1, n]$ e se ne valuti la complessità in tempo al caso pessimo. Si assuma che la procedura riceve in input una matrice binaria $m \times n$ tale che $S[i, j] = 1$ sse l'insieme S_i contiene l'intero positivo j, e un vettore binario $V[1, m]$ tale che $V[k] = 1$ sse il sottoinsieme S_k fa parte della famiglia $\mathcal{S}^*$.