

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO
Primo appello, 21 Gennaio 2014

Cognome Nome:

N. Matricola:

Corso: A B

Esercizio 1. (8 punti)

È dato un array a **ordinato** di n interi il cui valore può essere solo 0 o 1. Si consideri il problema di contare il numero di occorrenze del numero 1 in a .

1. Descrivere un algoritmo che richiede tempo $O(n)$.
2. Dimostrare che un qualunque algoritmo che risolve il problema suddetto richiede tempo $\Omega(\log n)$ al caso pessimo.
3. Descrivere un algoritmo di tipo divide et impera che richiede tempo $\Theta(\log n)$ nel caso pessimo, indicando e risolvendo la corrispondente relazione di ricorrenza.

Esercizio 2. (14 punti)

Dato un albero binario T , una catena sinistra di T è una sequenza di r nodi ($r \geq 1$) legati uno all'altro dal puntatore sinistro. Una catena massimale sinistra è una catena che non è contenuta in nessun'altra catena sinistra. Detto L_T il numero di catene massimali sinistre

1. Indicare le catene massimali su un albero binario completamente bilanciato di altezza 4.
2. Dimostrare che se T è completamente bilanciato e ha $n = 2^k - 1$ nodi, $L_T = 2^{k-1}$.
3. Si definisca un algoritmo efficiente che calcoli il numero di catene massimali sinistre L_T per un qualsiasi albero binario T .

Esercizio 3. (8 punti)

Dato un grafo orientato, progettare un algoritmo efficiente per determinare se il grafo è un DAG, ovvero un grafo orientato aciclico. Analizzare la complessità dell'algoritmo proposto.