

Problema:

Data una sequenza di elementi in ordine qualsiasi, ordinarla.

- ▶ Questo è un problema fondamentale, che si presenta in moltissimi contesti, ed in diverse forme.
- ▶ Nel nostro caso formuliamo il problema in termini di ordinamento di vettori:

Dato un vettore A di n elementi, ordinarlo in modo crescente

- ▶ Per semplicità faremo sempre riferimento a vettori di interi.

$$\begin{array}{cccccc} 5 & 2 & 4 & 6 & 1 & 3 \\ \Rightarrow & & & & & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

Ordinamento per inserzione (**insertion sort**)

- ▶ **Esempio:** Ordinamento di una mano di ramino
 - ▶ si inizia con la mano sinistra vuota e le carte coperte sul tavolo
 - ▶ si prende dalla tavola una carta alla volta e la si inserisce nella corretta posizione nella mano sinistra
 - ▶ ...
 - ▶ si termina quando si sono finite tutte le carte sul tavolo.

- ▶ Stesso procedimento per ordinare un vettore:

- ▶ inizialmente il vettore rappresenta il mazzo sul tavolo
- ▶ si usa un ciclo per analizzare uno alla volta gli elementi del vettore
- ▶ Alla generica iterazione la situazione è la seguente

mano sinistra	carte ancora da scoprire
---------------	--------------------------

↑ nuova carta

- ▶ per inserire la nuova carta al posto giusto nella mano sinistra dobbiamo
 - ▶ scorrere gli elementi che lo precedono per decidere la posizione che gli compete
 - ▶ spostare di un posto verso destra gli elementi maggiori per fargli spazio.

Esempio

In **verde** le carte ancora da esaminare, in **rosso** quelle già esaminate (mano sinistra). La nuova carta da esaminare è sottolineata.

```

5 2 4 6 1 3
5 2 4 6 1 3
2 5 4 6 1 3
2 4 5 6 1 3
2 4 5 6 1 3
1 2 4 5 6 3
1 2 3 4 5 6

```

- Una volta individuata la posizione **k** in cui **inserire** la nuova carta dobbiamo farle spazio, ovvero spostare verso destra di una posizione tutte le carte **rosse** da **k** in poi.

Esempio:

```

1 2 4 5 6 3
1 2 4 5 6 3
1 2 4 5   6
1 2 4   5 6
1 2   4 5 6

```

- A questo punto possiamo piazzare la carta in modo ordinato

```

1 2 3 4 5 6

```

- ▶ Definiamo allora una procedura che sposta tutti gli elementi di un vettore verso destra di una posizione tra due indici dati `from` e `to`

```
void shiftR(int v[], int from, int to)
{
    int i;
    for (i=to-1; i>=from; i--)
        v[i+1] = v[i];
}
```

- ▶ L'elemento in posizione `to` viene perso
- ▶ Bisogna procedere da destra verso sinistra (perché?)
- ▶ se `to` è minore o uguale a `from` non succede nulla

Possiamo allora definire la procedura di di ordinamento per inserzione come segue

```
void sort(int v[], int dim)
{
    int h, curr, j=1;
    while (j<dim)
        { h=0;
          curr=v[j];
            /* curr e' l'elemento da piazzare */

          while((v[h]<curr) && (h<j))
              h++;
            /* curr va inserito in posizione h */

          shiftR(v,h,j);
          v[h]=curr;
          j++;
        }
}
```

Ordinamento per selezione del minimo (**selection sort**)

- ▶ **Esempio:** Ordinamento di un mazzo di carte
 - ▶ si seleziona la carta più piccola e si mette da parte
 - ▶ delle rimanenti si seleziona la più piccola e si mette da parte
 - ▶ ...
 - ▶ si termina quando rimane una sola carta
- ▶ Ordinamento di un vettore:
 - ▶ per selezionare l'elemento più piccolo tra quelli rimanenti si utilizza un ciclo
 - ▶ **mettere da parte** significa scambiare con l'elemento che si trova nella posizione che compete a quello selezionato

- ▶ in **verde** la parte che rimane da analizzare
- in **blu** l'elemento minimo selezionato
- in **marrone** lo scambio effettuato
- in **rosso** la parte ordinata

```

5  2  4  6  1  3
   5  2  4  6  1  3
    1  2  4  6  5  3
1   2  4  6  5  3
   1  2  4  6  5  3
    1  2  4  6  5  3
1   2  4  6  5  3
   1  2  4  6  5  3
    1  2  3  6  5  4
1   2  3  6  5  4
   1  2  3  6  5  4
    1  2  3  4  5  6
1   2  3  4  5  6
   1  2  3  4  5  6
    1  2  3  4  5  6
1   2  3  4  5  6

```

Implementazione

```
int minPos(int v[], int from, int to);
/* calcola la posizione del minimo elemento di
   v nella porzione [from,to]          */

void swap(int *p, int *q);
/* scambia le variabili puntate da p e q */

/** PROCEDURA DI ORDINAMENTO PER SELEZIONE **/

void sort(int v[], int dim)
{
    int i, min;
    for(i=0; i<dim-1; i++)
    {
        min = minPos(v, i, dim-1);
        swap(v+i, v+min);
    }
}
```

Scrivere per **esercizio** le procedure `swap` e `minpos`

```
int minPos(int v[], int from, int to) {
/* calcola la posizione del minimo elemento di
   v nella porzione [from,to]          */

    int i, pos;
    pos = from;
    for (i=from+1; i<=to; i++)
        if (v[i] < v[pos])
            pos = i;
    return pos;
}

void swap(int *p, int *q) {
/* scambia le variabili puntate da p e q */
    int temp = *p;
    *p = *q;
    *q = temp;
}
```

Ordinamento a bolle (bubble sort)

- ▶ Si fanno **salire** gli elementi più piccoli (“più leggeri”) verso l’inizio del vettore (“verso l’alto”), scambiandoli con quelli adiacenti.
- ▶ L’ordinamento è suddiviso in $n-1$ fasi:
 - ▶ fase 0: 0° elemento (il più piccolo) in posizione 0
 - ▶ fase 1: 1° elemento in posizione 1
 - ▶ ...
 - ▶ fase $n-2$: $(n-2)^{\circ}$ elemento in posizione $n-2$, e quindi $(n-1)^{\circ}$ elemento in posizione $n-1$
- ▶ Nella fase i : cominciamo a confrontare **dal basso** e portiamo l’elemento più piccolo (più leggero) in posizione i

```

5 2 4 6 1 3
    5 2 4 6 1 3
    5 2 4 1 6 3
    5 2 1 4 6 3
    5 1 2 4 6 3
    1 5 2 4 6 3
1  5 2 4 6 3
    1 5 2 4 3 6
    1 5 2 3 4 6
    1 5 2 3 4 6
    1 2 5 3 4 6
1  2 5 3 4 6

1  2 3 5 4 6

1  2 3 4 5 6

1  2 3 4 5 6

```

```

/** PROCEDURA BUBBLE SORT **/

void sort(int v[], int dim)
{
    int temp,i,j;
    for (i = 0; i < dim-1; i++)      /* fase i-esima */

        for (j = dim-1; j > i; j--) /* bolla piu' leggera in posizione i */
            if (v[j] < v[j-1])
                swap(v+j, v+j-1);
}

```

Ordinamenti ricorsivi

Selection Sort ricorsivo

- ▶ Il metodo del selection sort può essere facilmente realizzato in modo ricorsivo
- ▶ si definisce una procedura che ordina (ricorsivamente) la porzione di array individuata da due indici **from** e **to**
- ▶ il minimo elemento della porzione viene messo in posizione **from** per poi ordinare ricorsivamente la porzione tra **from+1** e **to**
- ▶ Il caso base corrisponde all'ordinamento di una porzione fatta da un solo elemento (è già ordinata)

```

void SelectionSort(int v[], int from, int to){
    if (from < to) {
        int min = minPos(v,from,to);
        swap(v+from, v+min);
        SelectionSort(v, from+1, to);
    } }

void sort(int v[], int dim) {
    SelectionSort(v,0,dim-1);
}

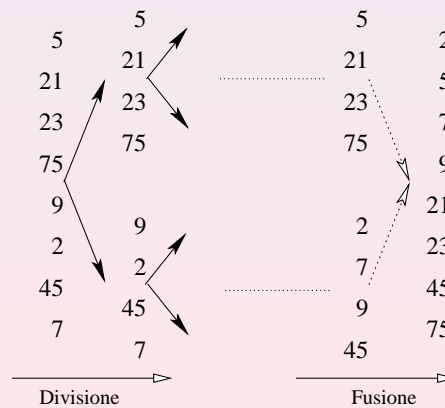
```

Merge sort

Si divide il vettore da ordinare in due parti:

- ▶ si ordina ricorsivamente la prima parte
- ▶ si ordina ricorsivamente la seconda parte
- ▶ si combinano (operazione di fusione, **merge**) le due parti ordinate

Esempio:



Esprimiamo il procedimento in uno pseudo-linguaggio

ordina per fusione gli elementi di A da from a to

IF from < to (c'è più di un elemento tra from e to)

THEN

mid = (from + to) / 2

ordina per fusione gli elementi di A da from a mid

ordina per fusione gli elementi di A da mid + 1 a to

fondi

gli elementi di A da from a mid con

gli elementi di A da mid+1 a to

restituendo il risultato nel sottovettore

di A da from a to

Implementiamo l'algoritmo in C, definendo una procedura ricorsiva

```
void mergeRicorsivo(int A[], int from, int to)
```

che ordina la porzione dell'array A individuata dagli indici from e to.

```
void mergeRicorsivo(int A[], int from, int to)
{
    int mid;

    if (from < to) {          /* l'intervallo da mid a to, estremi
                               inclusi, comprende almeno due elementi */
        mid = (from + to) / 2;

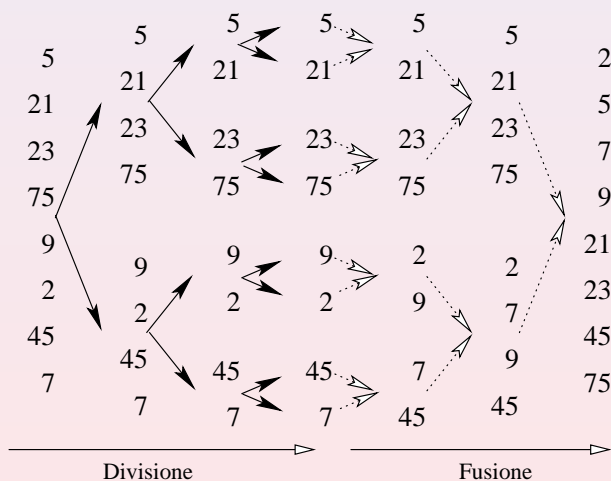
        mergeRicorsivo(A, from, mid);
        mergeRicorsivo(A, mid+1, to);

        merge(A, from, mid, to); /* fonde le due porzioni ordinate [from, mid],
                                   [mid+1, to] nel sottovettore [from, to] */
    }
}
```

La procedura **mergeSort** che ordina un array di interi è semplicemente

```
void sort(int v[], int dim)
{
    mergeRicorsivo(v, 0, dim-1);
}
```

Esempio:



- ▶ Vediamo l'operazione di *fusione* , definendo la procedura

```
void merge(int A[], int from, int mid, int to)
```

che fonde le due porzioni dell'array *A* con indici compresi tra *from* e *mid* e tra *mid+1* e *to*.

- ▶ La procedura utilizza un array di supporto *B*: per semplicità, supponiamo di avere una costante *LUNG* che definisce la lunghezza degli array che stiamo trattando.

```
void merge(int A[], int from, int mid, int to)
{
    int B[LUNG]; /* vettore di appoggio */
    int primo, secondo, appoggio, da_copiare;

    primo = from;
    secondo = mid + 1;
    appoggio = from;

    while (primo <= mid && secondo <= to) { /* copia in modo ordinato */
        if (A[primo] <= A[secondo]) { /* gli elementi della prima e */
            B[appoggio] = A[primo]; /* della seconda porzione in B */
            primo++; /* fino ad esaurire una delle due */
        }
        else {
            B[appoggio] = A[secondo];
            secondo++;
        }
        appoggio++;
    }
}
```

```
if (secondo > to)                /* e' finita prima la seconda porzione */
/* copia da A in B tutti gli elementi della
   prima porzione fino a mid */

   for (da_copiare = primo; da_copiare <= mid; da_copiare++) {
       B[appoggio] = A[da_copiare];
       appoggio++;
   }
else                               /* e' finita prima la prima porzione */

   for (da_copiare = secondo; da_copiare <= to; da_copiare++) {
/* copia da A in B tutti gli elementi della
   /* seconda porzione fino a to */

       B[appoggio] = A[da_copiare];
       appoggio++;
   }

/* ricopia tutti gli elementi da from a to da B ad A */
   for (da_copiare = from; da_copiare <= to; da_copiare++)
       A[da_copiare] = B[da_copiare];
}
```