Ricerca in una sequenza ordinata

Se la sequenza è ordinata posso sfruttare l'ordinamento per rendere più efficiente la ricerca, terminando se l'elemento corrente risulta maggiore dell'elemento cercato:

- Se, ad esempio, la sequenza è ordinata in senso crescente

```
int ricerca(int v[], int dim, int x, int *p)
{  int i;
    for =i;0; i<dim; i++)
       if (v[i] == x) {*p=i; return true; }
      else if (v[i]>x) return false;
      return false;
}
```

- Quanti elementi della sequenza devo esaminare per trovare l'elemento?
- Nel caso peggiore?
- Definire una funzione ricorsiva equivalente.

Ricerca in una sequenza ordinata con funzione ricorsiva

La versione ricorsiva della ricerca sequenziale :

- L'intestazione della funzione cambia

```
int ricercaRic(int v[], int from,int to, int x, int *p)
{  int i;
    if (from>to) return false;
    else if (v[i] == x) {*p=i; return true;}
    else if (v[i]>x) return false;
    else return ricercaRic(v,from+1, to, x,p);
}
```

- Una soluzione.

```
int ricercaOrd(int v[], int dim, int x, int *p)
{ return ricercaRic(v,0,dim,x, p);  }
```

Ricerca logaritmica in una sequenza ordinata

Un modo più efficiente è quello di mimare il nostro comportamento quando cerchiamo ad es. un numero telefonico in un elenco, in cui i numeri sono associati al nome e memorizzati seguendo l'ordine alfabetico:

- Non ci sogneremmo mai di partire dal primo e confrontare tutti i nomi finchè non ne troviamo uno che risulta uguale.
- Quello che facciamo è:
  - apriamo l'elenco ad un pagina più o meno casuale,
  - se l'elemento può essere in quella pagina, confrontiamo nomi con quello cercato
  - se l'elemento cercato si trova prima nell'ordinamento ripetiamo il procedimento nella parte dell'elenco che precede la pagina corrente.
  - se l'elemento cercato si trova dopo nell'ordinamento ripetiamo il procedimento nella parte dell'elenco che segue la pagina corrente.

Ricerca logaritmica in una sequenza ordinata

Adattiamo questo procedimento alla ricerca di un elemento in un vettore:

- calcoliamo l'elemento mediano e lo confrontiamo con il valore cercato
- se l'elemento mediano è uguale al valore cercato, terminiamo con true.
- se l'elemento mediano è maggiore dell'elemento corrente ripetiamo il procedimento nella porzione di vettore che precede l'elemento mediano.
- se l'elemento mediano è minore dell'elemento corrente ripetiamo il procedimento nella porzione di vettore che segue l'elemento mediano.
- Questo procedimento porta alla definizione di una funzione ricorsiva ma...
- quali sono le condizioni di terminazione?

Soluzione per la ricerca logaritmica

```
int ricercaLog(int v[], int x, int from, int to, int *p)

{ if (from>to) return false; // la porzione \'e vuota elemento non
  else {int med=(from+to)/2;  //calcolo l'indice del mediano
          if (v[med] == x)     //confronto il mediano con x
              {*p=i;
                return true;    // termina con successo
                }
          else if (v[med]>x)
           return ricercaLog(v, x, from, med, p);
          else return ricercaLog(v,x,med+1, to,p);
     }
```

Problema:

Data una sequenza di elementi in ordine qualsiasi, ordinarla.

- Questo è un problema fondamentale, che si presenta in moltissimi contesti, ed in diverse forme.
- Nel nostro caso formuliamo il problema in termini di ordinamento di vettori:

  Dato un vettore A di n elementi, ordinarlo in modo crescente
- Per semplicità faremo sempre riferimento a vettori di interi.

$$\begin{array}{ccc} & 5\ 2\ 4\ 6\ 1\ 3 \\ \Longrightarrow & \\ & 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 \end{array}$$

Ordinamento per inserzione (insertion sort)

- **Esempio:** Ordinamento di una mano di ramino
  - si inizia con la mano sinistra vuota e le carte coperte sul tavolo
  - si prende dalla tavola una carta alla volta e la si inserisce nella corretta posizione nella mano sinistra
  - ...
  - si termina quando si sono finite tutte le carte sul tavolo.
- Stesso procedimento per ordinare un vettore:
  - inizialmente il vettore rappresenta il mazzo sul tavolo
  - si usa un ciclo per analizzare uno alla volta gli elementi del vettore
  - Alla generica iterazione la situazione è la seguente

mano sinistra	carte ancora da scoprire

↑ nuova carta

  - per inserire la nuova carta al posto giusto nella mano sinistra dobbiamo
    - scorrere gli elementi che lo precedono per decidere la posizione che gli compete
    - spostare di un posto verso destra gli elementi maggiori per fargli spazio.

Esempio

In verde le carte ancora da esaminare, in rosso quelle già esaminate (mano sinistra). La nuova carta da esaminare è sottolineata.

$\underline{5}$	2	4	6	1	3
5	$\underline{2}$	4	6	1	3
2	5	$\underline{4}$	6	1	3
2	4	5	$\underline{6}$	1	3
2	4	5	6	$\underline{1}$	3
1	2	4	5	6	$\underline{3}$
1	2	3	4	5	6

- Una volta individuata la posizione k in cui inserire la nuova carta dobbiamo farle spazio, ovvero spostare verso destra di una posizione tutte le carte rosse da k in poi.

  Esempio:

1	2	4	5	6	3
1	2	4	5	6	3
1	2	4	5		6
1	2	4		5	6
1	2		4	5	6

- A questo punto possiamo piazzare la carta in modo ordinato

1	2	3	4	5	6

- Definiamo allora una procedura che sposta tutti gli elementi di un vettore verso destra di una posizione tra due indici dati `from` e `to`

```
void shiftR(int v[], int from, int to)
{
int i;
for (i=to-1; i>=from; i--)
  v[i+1] = v[i];
}
```

- L'elemento in posizione `to` viene perso
- Bisogna procedere da destra verso sinistra (perché?)
- se `to` è minore o uguale a `from` non succede nulla

Possiamo allora definire la procedura di di ordinamento per inserzione come segue

prova

```
void sort(int v[], int dim)
{
int h, curr, j=1;
while (j<dim)
  { h=0;
    curr=v[j];
          /* curr e' l'elemento da piazzare */

    while((v[h]<curr) && (h<j))
       h++;
          /* curr va inserito in posizione h */

    shiftR(v,h,j);
     v[h]=curr;
    j++;
   }
}
```

Ordinamento per selezione del minimo (selection sort)

- **Esempio:** Ordinamento di un mazzo di carte
  - si seleziona la carta più piccola e si mette da parte
  - delle rimanenti si seleziona la più piccola e si mette da parte
  - ...
  - si termina quando rimane una sola carta
- Ordinamento di un vettore:
  - per selezionare l'elemento più piccolo tra quelli rimanenti si utilizza un ciclo
  - mettere da parte significa scambiare con l'elemento che si trova nella posizione che compete a quello selezionato

- in verde la parte che rimane da analizzare
  in blu l'elemento minimo selezionato
  in marrone lo scambio effettuato
  in rosso la parte ordinata

5	2	4	6	1	3	
	5	2	4	6	1	3
	1	2	4	6	5	3
1	2	4	6	5	3	
	1	2	4	6	5	3
	1	2	4	6	5	3
1	2	4	6	5	3	
	1	2	4	6	5	3
	1	2	3	6	5	4
1	2	3	6	5	4	
	1	2	3	6	5	4
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	
	1	2	3	4	5	6
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	

1	2	3	4	5	6

Implementazione

Ordinamento per selezione

```
int minPos(int v[], int from, int to);
/* calcola la posizione del minimo elemento di
   v nella porzione [from,to]                  */

void swap(int *p, int *q);
/* scambia le variabili puntate da p e q */

/** PROCEDURA DI ORDINAMENTO PER SELEZIONE **/

void sort(int v[], int dim)
{
  int i, min;
  for(i=0; i<dim-1; i++)
    {
      min = minPos(v, i, dim-1);
      swap(v+i, v+min);
    }
}
```

Scrivere per **esercizio** le procedure `swap` e `minpos`

```
int minPos(int v[], int from, int to) {
/* calcola la posizione del minimo elemento di
   v nella porzione [from,to]                */

    int i, pos;
    pos = from;
    for (i=from+1; i<=to; i++)
        if (v[i] < v[pos])
            pos = i;
    return pos;
}

void swap(int *p, int *q) {
/* scambia le variabili puntate da p e q */
    int temp = *p;
    *p = *q;
    *q = temp;
}
```

Ordinamento a bolle (bubble sort)

- Si fanno salire gli elementi più piccoli ("più leggeri") verso l'inizio del vettore ("verso l'alto"), scambiandoli con quelli adiacenti.
- L'ordinamento è suddiviso in n-1 fasi:
  - fase 0: 0^o elemento (il più piccolo) in posizione 0
  - fase 1: 1^o elemento in posizione 1
  - ...
  - fase n-2: $(n-2)^o$ elemento in posizione n-2, e quindi $(n-1)^o$ elemento in posizione n-1
- Nella fase i: cominciamo a confrontare dal basso e portiamo l'elemento più piccolo (più leggero) in posizione i

5 2 4 6 1 3

5 2 4 6 1 3

5 2 4 1 6 3

5 2 1 4 6 3

5 1 2 4 6 3

1 5 2 4 6 3

1 5 2 4 6 3

1 5 2 4 3 6

1 5 2 3 4 6

1 5 2 3 4 6

1 2 5 3 4 6

1 2 5 3 4 6

1 2 3 5 4 6

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

```
/** PROCEDURA BUBBLE SORT **/


void sort(int v[], int dim)
{
  int temp,i,j;
  for (i = 0; i < dim-1; i++)      /* fase i-esima */

    for (j = dim-1; j > i; j--)    /* bolla piu' leggera in posizione i */
      if (v[j] < v[j-1])
        swap(v+j, v+j-1);
}
```

Ordinamenti ricorsivi

Selection Sort ricorsivo

- Il metodo del selection sort può essere facilmente realizzato in modo ricorsivo
- si definisce una procedura che ordina (ricorsivamente) la porzione di array individuata da due indici `from` e `to`
- il minimo elemento della porzione viene messo in posizione `from` per poi ordinare ricorsivamente la porzione tra `from+1` e `to`
- Il caso base corrisponde all'ordinamento di una porzione fatta da un solo elemento (è già ordinata)

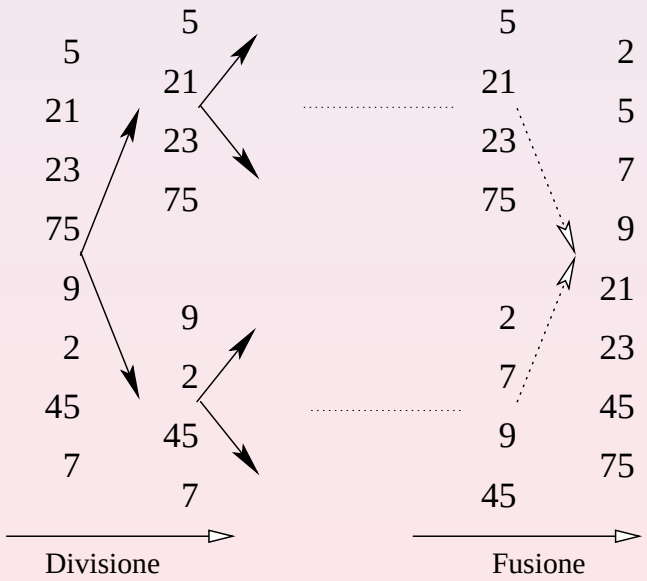
```
void SelectionSort(int v[], int from, int to){
  if (from < to) {
    int min = minPos(v,from,to);
    swap(v+from, v+min);
    SelectionSort(v, from+1, to);
  } }

void sort(int v[], int dim) {
    SelectionSort(v,0,dim-1);
}
```

Merge sort

Si divide il vettore da ordinare in due parti:

- si ordina ricorsivamente la prima parte
- si ordina ricorsivamente la seconda parte
- si combinano (operazione di fusione, merge) le due parti ordinate

Esempio:



Esprimiamo il procedimento in uno pseudo-linguaggio

```
ordina per fusione gli elementi di A da from a to

IF from < to (c'è più di un elemento tra from e to)

THEN
      mid =  (from + to) /2
      ordina per fusione gli elementi di A da from a mid
      ordina per fusione gli elementi di A da mid +1 a to
      fondi
         gli elementi di A da from a mid con
         gli elementi di A da mid+1 a to
         restituendo il risultato nel sottovettore
          di A da from a to
```

Implementiamo l'algoritmo in C, definendo una procedura ricorsiva

```
void mergeRicorsivo(int A[], int from, int to)
```

che ordina la porzione dell'array A individuata dagli indici from e to.

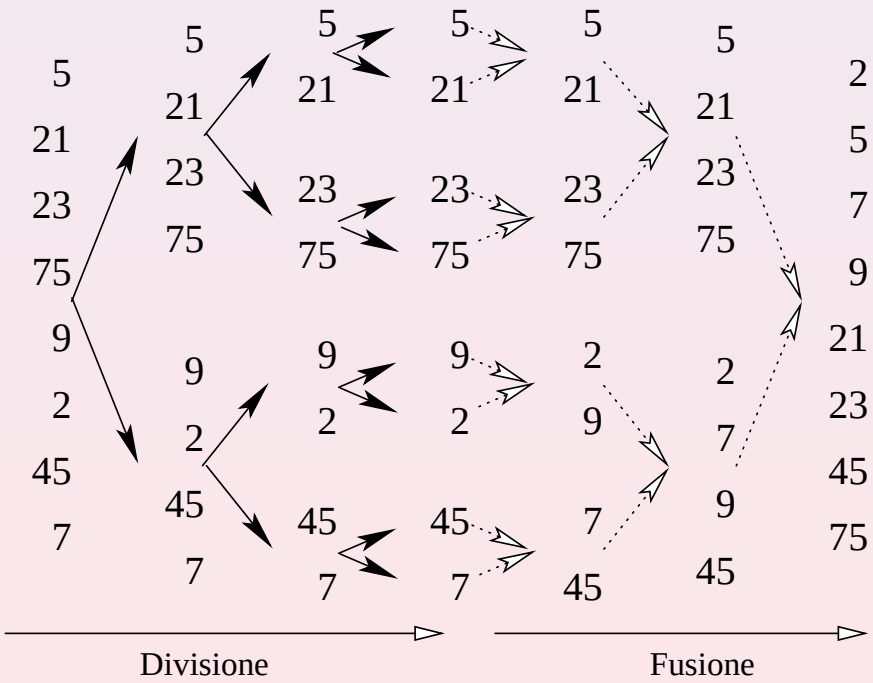
Mergesort

```
void mergeRicorsivo(int A[], int from, int to)

{
  int mid;

  if (from < to) {              /* l'intervallo da mid a to, estremi
                                   inclusi, comprende almeno due elementi */
    mid = (from + to) / 2;

    mergeRicorsivo(A, from, mid);
    mergeRicorsivo(A, mid+1, to);

    merge(A, from, mid, to);    /* fonde le due porzioni ordinate [from, mid],
                                   [mid+1, to] nel sottovettore [from, to]  */
  }
}
```

La procedura `mergeSort` che ordina un array di interi è semplicemente

```
void sort(int v[], int dim)
{
mergeRicorsivo(v, 0, dim-1);
}
```

Esempio:



- Vediamo l'operazione di *fusione*, definendo la procedura

  `void merge(int A[], int from, int mid, int to)`

  che fonde le due porzioni dell'array `A` con indici compresi tra `from` e `mid` e tra `mid+1` e `to`.

- La procedura utilizza un array di supporto `B`: per semplicità, supponiamo di avere una costante `LUNG` che definisce la lunghezza degli array che stiamo trattando.

```
void merge(int A[], int from, int mid, int to)
 {
  int B[LUNG];                                /* vettore di appoggio */
  int primo, secondo, appoggio, da_copiare;

  primo = from;
  secondo = mid + 1;
  appoggio = from;

  while (primo <= mid && secondo <= to) { /* copia in modo ordinato      */
    if (A[primo] <= A[secondo]) {         /* gli elementi della prima e  */
      B[appoggio] = A[primo];             /* della seconda porzione in B */
      primo++;                            /* fino ad esaurire una delle due */
    }
    else {
      B[appoggio] = A[secondo];
      secondo++;
    }
    appoggio++;
  }
```

```
 if (secondo > to)              /* e' finita prima la seconda porzione */
 /* copia da A in B tutti gli elementi della
    prima porzione fino a mid */

    for (da_copiare = primo; da_copiare <= mid; da_copiare++) {
       B[appoggio] = A[da_copiare];
       appoggio++;
    }
  else                           /* e' finita prima la prima porzione */

    for (da_copiare = secondo; da_copiare <= to; da_copiare++) {
    /* copia da A in B tutti gli elementi della
    /* seconda porzione fino a to */

       B[appoggio] = A[da_copiare];
       appoggio++;
    }

/* ricopia tutti gli elementi da from a to da B ad A */
  for (da_copiare = from; da_copiare <= to; da_copiare++)
    A[da_copiare] = B[da_copiare];
}
```